

Х.-И. Кунце
Методы
физических
измерений

Перевод с немецкого
канд. физ.-мат. наук Б. Б. Страумала
под редакцией
д-ра физ.-мат. наук Л. С. Швиндлермана



Москва «Мир» 1989

ББК 22.3с
К91
УДК 53.08

Кунце Х.-И.

К91 Методы физических измерений: Пер. с нем.—
М.: Мир, 1989. — 216 с., ил.
ISBN 5-03-001018-1

Книга физика из ФРГ посвящена принципам, лежащим в основе физического эксперимента. Рассмотрены системы единиц, вопросы планирования эксперимента, законы подобия механики, оптики заряженных частиц, физики плазмы. Показано, как можно с помощью моделей изучать процессы в сложных системах, кратко изложены основы теории ошибок, особенности различных передаточных устройств, проблемы передачи сигналов, вопросы естественных пределов измерений, детекторы заряженных частиц и электромагнитного излучения, а также методы спектроскопии высокого разрешения.

Для студентов, а также инженеров и научных работников.

К $\frac{1604020000-414}{041(01)-89}$ 38—89

ББК 22.3с

Редакция литературы по физике и астрономии

ISBN 5-03-001018-1 (русс.)
ISBN 3-519-03064-0 (нем.)

© В. G. Teubner, Stuttgart 1986
© перевод на русский язык, «Мир»,

Предисловие редактора перевода

В «Кратком руководстве к физике», изданном в Санкт-Петербурге в начале XIX века, говорится: «Физика есть сколько приятная, столько и полезная наука, толкующая свойства тел или предметов, нас окружающих. Свойства тел познаются или через наблюдения, когда тело рассматривается в естественном состоянии, то есть так, как оно есть, или через опыты, когда тело приводят в такое состояние, до какого оно само дойти никогда не может». В общем все правильно. Физик тем и отличается от натуралиста, что он не только наблюдает, но и исследует природу, ставя опыты, приводя тела в такое состояние, до которого они сами дойти не могут. Физика — приятная наука, поскольку дарит исследователю минуты вдохновения, сладость которых скрашивает годы труда и тревог. Тревог, потому что результат опыта — число — должен быть подвергнут строгой обработке, контролю и анализу на всех этапах эксперимента, потому что выбор методик неоднозначен и зависит от квалификации и интуиции исследователя, потому что появление новых экспериментальных возможностей побуждает его самого и других к постоянной проверке и уточнению уже полученных результатов. Благоговение перед экспериментом — великая нравственная сила; его отсутствие — порок, который, попади он на «благодатную» почву, по своим последствиям непредсказуем. Воспитание такого благоговения — одна из главных задач всех книг по теории эксперимента. (Да и не только их, конечно...)

Предлагаемая советскому читателю книга Х.-И. Кунце «Методы физических измерений» — введение в теорию и методiku современного экспери-

мента. В книге кратко, но с необходимой полнотой рассмотрены способы математической статистики и обработки опытных данных, анализ размерностей и основы теории подобия, точность, чувствительность, характерные погрешности и особенности поведения основных измерительных систем физического эксперимента. Усвоению материала способствуют ясность изложения, продуманность конструкции книги, четкость языка и отсутствие той великопостности, которая все еще свойственна учебной литературе. Каждая глава заканчивается «эпиграфом наоборот», как бы подводющим итоги сказанному.

Книга будет полезна студентам, аспирантам, научным сотрудникам, связавшим свою жизнь с экспериментом, всем, кто может сказать:

«Я знаю, старый друг,
Как ты дошел до этого.
Я знаю,
Каким ключом ты отпер эту
дверь.
Как ты взломал, как
глядывал сквозь эту
И подсмотрел все то, что
увидал».

(Борис Пастернак)

Л. Швиндлерман

Предисловие к русскому изданию

Хочу выразить свою глубокую благодарность д-ру Л. С. Швиндлерману и Б. Б. Страумалу за труд по переводу этой книги. Надеюсь, что ее читатели смогут хотя бы отчасти ощутить удовольствие, которое я испытал, излагая ключевые концепции и принципы, необходимые экспериментаторам при проведении разнообразных измерений. Книга поможет выбрать оптимальные способы проведения измерений. Для более глубокого знакомства с ними следует обратиться к специальной литературе, список которой приведен в конце книги. Отмечу, что он ни в коей мере не претендует на полноту: в нем, например, почти нет работ советских авторов. Дело в том, что в список включены только те книги и журналы, которые легче всего достать студентам в ФРГ.

Бохум, февраль 1988 г.

Х.-И. Кунце

Предисловие автора

Книга, которая лежит перед Вами, «выросла» из небольшой двухчасовой лекции, которую я читал студентам Рурского университета в Бохуме после того, как они познакомились с основами общей физики и выполнили лабораторные работы вводного практикума. Методы физических измерений сегодня настолько разнообразны и так быстро изменяются, что для их полного обзора нужны многотомные монографии [0.1—0.3]. Но даже там экспериментатор не найдет детального описания всех приборов и способов измерений: за более подробными сведениями он должен обратиться к специальной литературе.

Поэтому в нашей небольшой по объему книге речь пойдет прежде всего об основных принципах планирования и проведения опытов, а также обработки и анализа полученных экспериментальных данных. В остальных главах вы найдете сведения о тех методах измерений или приборах, которые наиболее интересны с принципиальной точки зрения или широко применяются во многих областях физики. Мой опыт приобщения студентов к научной работе помог отобрать темы, на которых нужно было остановиться подробнее. Таким образом, уровень изложения материала в разных главах различен, но именно поэтому книга может с пользой послужить не только студентам, но и инженерам или научным работникам, уже имеющим практический опыт.

Я хочу сердечно поблагодарить моего коллегу профессора Б. Кронаста и целый ряд моих сотрудников, которые внимательно прочли книгу и сделали множество полезных критических замечаний. Я особенно признателен фрау Элизабет Дёринг, которая очень тщательно и с полным пониманием подготовила машинописный текст к печати, внося в него все необходимые исправления.

Бохум, осень 1985 г.

Х.-И. Кунце

*Всё, что можно узнать, имеет число,
Без него ничего нельзя понять или
осмыслить.*

*Филолаос из Кротона
(5 в. до н. э.)*

1. Введение

Физика — это экспериментальная наука, она основана на опыте и не может обойтись без математики. Количественные измерения позволяют формулировать математические зависимости между физическими величинами. Еще шумеры умели измерять три фундаментальные величины физики — длину, время и массу, — однако значение экспериментов и точных измерений стало понятным лишь начиная со времен Галилея (17 век). Именно тогда были заложены основы современного естествознания.

Экспериментальные методы и измерительная техника в физике в настоящее время весьма многообразны. Специальные методы эксперимента развиваются не только в физике, но и в других разделах естественных и технических наук, для которых физика служит основой.

2. Физические величины и единицы измерения

Целью эксперимента является поиск таких параметров физических явлений, которые можно измерить, получив численные значения. Между этими измеренными значениями уже можно установить определенную функциональную зависимость. Свойства физических объектов и процессов, которые можно прямо или косвенно измерить, называют **физическими величинами**. Физические законы, связывающие между собой эти величины, имеют вид математических уравнений. Физические величины можно разделить на классы, каждый из которых описывает определенный круг явлений.

При измерении физической величины ее значение G сравнивают с единицей измерения $[G]$. Число, которое получается при измерениях, называют **численным значением** $\{G\}$ физической величины:

$$G = \{G\} [G]. \quad (2.1)$$

Таким образом, любая физическая величина равна произведению численного значения и единицы измерения [2.5].

Физические величины связаны математическими уравнениями. Можно выделить несколько независимых величин, которые не сводятся одна к другой. Их называют **основными физическими величинами**. Эти величины, вообще говоря, можно выбрать произвольно. Поэтому существует международное соглашение, которое определяет основные физические величины. (Их выбор обусловлен соображениями удобства.) Все остальные величины называют **производными**. Они определяются уравнениями, в которые входят

основные физические величины или их комбинации. Производные физические величины можно представить через произведение основных величин B_i :

$$G = B_1^{\beta_1} B_2^{\beta_2} \dots B_n^{\beta_n}. \quad (2.2)$$

Показатели степени β_i это положительные или отрицательные рациональные числа.

В 1960 г. было заключено международное соглашение о выборе основных физических величин. Эти величины, а также производные физические величины составляют основу Международной системы единиц СИ (Système International d'Unités). Во многих странах эта система единиц имеет силу закона. Международную систему единиц очень удобно использовать как в теории, так и на практике [2.4]. Производные единицы в СИ получаются из основных по уравнению (2.2) при целых значениях показателей β_i . Наиболее важные из них имеют собственные имена и краткие обозначения. Их можно найти, например, в документе [2.2] Международного союза общей и прикладной физики (IUPAP), а также в [2.3]¹⁾.

В табл. 2.1 приведены основные физические величины и их единицы измерения. Существуют точные

Таблица 2.1. Основные величины и единицы измерения

Физическая величина	Обозначение	Единица измерения	Обозначение
Длина	l	Метр	м
Масса	m	Килограмм	кг
Время	t	Секунда	с
Сила электрического тока	I	Ампер	А
Температура	T	Кельвин	К
Количество вещества	n	Моль	моль
Сила света	I_σ	Кандела	кд

определения этих величин. Отметим, что на практике эти определения реализуются с конечной *точностью*. Для этого используют разнообразные методы измерений, которые постоянно совершенствуются. Более подробно эти вопросы описаны в книгах [2.3, 2.4].

¹⁾ См. также [2.7*—2.9*]. — *Прим. перев*

Если обратиться к истории, то мы увидим, как, с одной стороны, возрастали требования к точности определения единиц физических величин, а с другой стороны, возникали принципиально новые способы их измерения. Исследователи стремились и стремятся связать основные физические величины с фундаментальными постоянными, которые можно в любое время измерить с хорошей воспроизводимостью. Характерным примером является единица длины. Вначале метр определялся через длину окружности земного шара, затем — через длину волны определенного излучения: с 1927 г. — через длину волны красной линии кадмия, а с 1960 г. — через излучение изотопа криптона ^{86}Kr в оранжевой области видимого спектра:

Метр — длина, равная 1650 763,73 длины волны в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ атома криптона-86.

В 1983 г. состоялась 17-я Генеральная конференция по мерам и весам. На ней было установлено новое определение метра в связи с тем, что в настоящее время можно очень точно измерить скорость света [2.1]:

Метр равен длине отрезка, которую свет проходит в вакууме за $1/299\,792\,458$ долю секунды.

Скорость света в вакууме точно измерена. Она равна $c = 299\,792\,458$ м/с. Скорость света выбрана для определения метра потому, что она является одной из фундаментальных постоянных природы. Измерить эталонную длину можно, определив время, за которое свет проходит этот отрезок.

Особое место среди основных физических величин занимает масса, поскольку ее определяют путем сравнения с эталоном, который хранится в Международном бюро мер и весов (BIPM) в Севре, близ Парижа. Этот эталон представляет собой цилиндр из сплава 90 % платины и 10 % иридия, высота и диаметр которого равны 39 мм. До сих пор пока не удастся достаточно точно выразить величину эталонной массы через фундаментальные постоянные. Еще даже непонятно, как это можно сделать.

Единицей массы служит килограмм. Он равен массе международного эталона килограмма (1889, 1901).

Единица времени секунда в настоящее время определяется следующим образом:

Секунда равна 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя уровнями сверхтонкой структуры основного состояния атома ^{133}Cs (1967).

Эталон секунды реализуется с помощью цезиевого излучения. Для определения такого промежутка времени необходимо уметь «сосчитать» 9 192 631 770 периодов атомного излучения. Очевидно, что в будущем появятся генераторы частоты, которые будут более точными, чем «атомные часы» на изотопе цезия ^{133}Cs . Тогда потребуется новое определение единицы времени. При этом определение метра не изменится, так как метр выражается через скорость света.

Взаимосвязь между электродинамикой и механикой позволила в 1948 г. заново определить единицу силы тока:

Ампер равен силе постоянного электрического тока, который, протекая по двум параллельным прямолинейным бесконечно длинным проводникам с пренебрежимо малым круговым сечением, находящимся в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга, вызывает на участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия между ними $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Тем самым определяется численное значение другой фундаментальной постоянной физики: магнитной постоянной μ_0 . Она равна $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А². Это соотношение в принципе эквивалентно приведенному выше определению ампера. Зная, что $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, можно точно определить диэлектрическую постоянную ϵ_0 , которую уже не нужно измерять экспериментально.

Основной термодинамической величиной является термодинамическая температура. Она измеряется в кельвинах. Поскольку для температуры существует значение абсолютного нуля, то для определения этой величины необходимо зафиксировать еще одну точку. В качестве нее выбрана тройная точка воды.

Кельвин, единица термодинамической температуры, равен 1/273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды (1967).

Практическое измерение температуры проводят с помощью Международной практической температурной шкалы (ITS — 68/75), которая основана на целом ряде хорошо воспроизводимых фиксированных температурных точек [2.3].

Количество вещества было введено в Международную систему единиц в качестве основной величины в 1971 г. В результате появилась возможность описывать количественные соотношения в химии и физической химии с помощью единиц СИ. Единица количества вещества определяется следующим образом:

Моль представляет собой количество вещества в системе, содержащей столько же частиц, сколько атомов содержится в 0,012 килограмма изотопа углерода ^{12}C . При использовании моля следует точно определить тип отдельной частицы. В качестве отдельной частицы могут выступать атомы, молекулы, ионы, электроны и другие частицы или группы частиц с точно заданными параметрами.

Это число частиц называют числом Авогадро N_A .

Электромагнитное излучение описывается с помощью так называемых энергетических фотометрических величин, которые выражаются через первые три основные единицы. Если же нужно описать излучение через его воздействие на человеческий глаз, то для этого используют соответствующие редуцированные фотометрические (светотехнические) величины. Основной величиной при этом служит сила света, которая измеряется в канделах. В международном соглашении определена спектральная чувствительность человеческого глаза. Кривая спектральной чувствительности позволяет связать друг с другом энергетические фотометрические величины и светотехнические величины: мощность излучения и световой поток связаны между собой через так называемый *фотометрический эквивалент излучения*. В 1967 г. принято определение канделы, которое было основано на излучении света абсолютно черным телом при температуре затвердевания платины. К сожалению, это определение было не очень удобным, поскольку температура затвердевания платины несколько раз уточнялась, после чего всегда приходилось изменять фотометрический эквивалент излучения. Поэтому в 1979 г. было принято новое определение канделы.

Кандела — сила света источника, монохроматическое излучение которого частотой $540 \cdot 10^{12}$ герц, излучаемое в определенном направлении в телесный угол величиной 1 стерадиан, имеет мощность 1/683 ватта.

Частота $540 \cdot 10^{12}$ Гц соответствует длине волны 555 нм, при которой человеческий глаз обладает максимальной чувствительностью.

Определим теперь понятие размерности физической величины. Размерность показывает, как связана данная величина с основными физическими величинами. Поэтому нет нужды отдельно определять единицу измерения для каждой физической величины: они выражаются через произведение основных физических единиц с целыми показателями степени и численными множителями, равными 1. В Международной системе единиц СИ основным физическим величинам соответствуют основные единицы измерения: длина, масса, время, сила тока, температура, количество вещества и сила света. Их обычно обозначают прописными буквами L , M , T , I , Θ , N и J . Размерность некоторой величины в общем виде выражается в системе СИ (2.2) как

$$\dim G = L^{\beta_1} M^{\beta_2} T^{\beta_3} I^{\beta_4} \Theta^{\beta_5} N^{\beta_6} J^{\beta_7}. \quad (2.3)$$

В этом выражении все показатели степени — целые числа. Если все они равны нулю, то величина G будет безразмерной. Так, например, размерность кинетической энергии $E_{\text{кин}}$ имеет вид

$$E_{\text{кин}} = \dim (mv^2/2) = ML^2T^{-2}.$$

Физическая величина и ее размерность — это не одно и то же. Одинаковую размерность могут иметь совершенно разные по своей природе физические величины, например работа и вращающий момент или сила электрического тока и напряженность магнитного поля. Размерность не содержит информации о том, является ли данная физическая величина скаляром, вектором или тензором. Однако величина размерности важна для проверки правильности соотношений между физическими величинами.

3. Планирование эксперимента

3.1. Введение

Если эксперимент хорошо продуман и удачно спланирован, то он обычно имеет больше шансов на успех. Основываясь на уже известных теориях и экспериментальных результатах, можно так выбрать способы и методы измерений, чтобы получить как можно больше сведений. При этом очень важно исключить влияние внешней среды или хотя бы свести его к минимуму. На практике финансовые обстоятельства часто ограничивают аппаратные возможности ученых. Экспериментаторы всячески стремятся преодолеть или обойти эти трудности. Здесь, конечно же, очень нужны опыт и мастерство исследователя.

В современной физике и в технических науках существует очень много различных методов измерений. Поэтому даже самый общий обзор занял бы слишком много места. Мы отсылаем читателя к работам [0.1—0.3 и 3.1], в которых можно найти различные практические советы. Здесь же мы остановимся только на двух классах экспериментов, модельных и аналоговых. Такие эксперименты обычно очень кратко обсуждают в учебниках, в то время как на практике их весьма широко применяют. Мы выбрали ряд характерных примеров из различных областей физики. Эти примеры показывают, как с помощью модельных или аналоговых опытов можно исследовать очень сложные физические процессы.

3.2. Модельные эксперименты

Если изучение того или иного сложного физического процесса связано с большими трудностями, то часто имеет смысл провести эксперимент в увеличен-

ном или уменьшенном масштабе на модельной системе, свойства которой можно легко изменять, добиваясь определенных входных граничных условий. Замена реальной физической системы с помощью модели основана на так называемых **законах подобия**, которые позволяют перенести данные, полученные на модели, на исходную физическую систему. Два физических процесса называют *подобными*, если они подчиняются одним и тем же физическим законам и все физические величины, характеризующие один процесс, можно преобразовать в величины для другого процесса простым умножением на постоянные коэффициенты. Их называют *коэффициентами подобия*. Принято говорить о *полном или физическом подобии*, когда законы подобия одновременно выполняются для *всех* основных величин, характеризующих процесс ¹⁾.

3.2.1. Законы подобия в механике

Геометрическое и временное подобие. Наиболее простыми являются случаи, когда подобие ограничивается только подобием длин l или времен t :

$$l_1 = \lambda l_2; \quad t_1 = \tau t_2. \quad (3.1)$$

В первом случае говорят о *геометрическом подобии* между моделью (индекс 2) и оригиналом (индекс 1). Во втором случае речь идет о *временном подобии*.

Кинематическое подобие. Если рассматривать одновременно оба коэффициента подобия λ и τ , то мы будем иметь дело с *кинематическим подобием* с коэффициентом подобия ϕ_v для скорости:

$$v_1 = \phi_v v_2 = (\lambda/\tau) v_2. \quad (3.2)$$

Все векторы скоростей в модели и оригинале для соответственных моментов времени и в соответственных точках связаны между собой соотношением (3.2). Если речь идет о потоке, то соответственные линии тока будут подобны друг другу в соответственные моменты времени.

¹⁾ См. [3.19*—3.23*]. — Прим. ред.

Динамическое подобие. В механике часто вместо подобия масс используют подобие сил:

$$\mathbf{F}_1 = \phi \mathbf{F}_2. \quad (3.3)$$

Выражение (3.3) в общем случае означает, что все силы, приложенные к аналогичным точкам модели и оригинала, подчиняются этому соотношению. Поэтому должны быть подобны и поля сил.

Пользуясь ньютоновским уравнением движения $\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{r}}$, получим с помощью коэффициента подобия для массы $\mu = m_1/m_2$:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1 &= \phi m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2, \\ \mu m_2 (\lambda/\tau^2) \ddot{\mathbf{r}}_2 &= \phi m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2, \\ \phi \tau^2 \mu^{-1} \lambda^{-1} &= 1. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Этот общий динамический закон подобия называют **ньютоновским законом подобия**. Таким образом, в динамическом модельном эксперименте существуют три произвольных параметра (коэффициента подобия). В одном из частных случаев этот закон подобия описывает геометрически подобные тела с плотностями ρ_1 и ρ_2 и объемами V_1 и V_2 . Коэффициент подобия для массы будет равен $\mu = \lambda^3 \rho_1/\rho_2$, а закон подобия имеет вид

$$\phi = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\lambda^4}{\tau^2}. \quad (3.5)$$

Критерии подобия. Как показано выше, законы подобия можно непосредственно вывести из уравнений, которые описывают физические процессы. В некоторых случаях [3.17, 3.18] большую пользу приносит анализ размерностей [3.8]. Оказывается, что наряду с законами подобия существуют *безразмерные* величины, которые характеризуют физические процессы. Эти безразмерные величины называют критериями подобия.

Два физических процесса подобны, если все критерии подобия, описывающие эти процессы, попарно равны друг другу.

В уравнении (3.4) можно заменить коэффициенты подобия отношениями физических величин:

$$\frac{F_1}{F_2} \frac{t_1^2}{t_2^2} \frac{m_2}{m_1} \frac{l_2}{l_1} = 1.$$

Преобразуя это выражение, получим безразмерные величины

$$\frac{F_1 t_1^2}{m_1 l_1} = \frac{F_2 t_2^2}{m_2 l_2}. \quad (3.6)$$

Этот критерий подобия динамики называют **числом Ньютона** Ne :

$$Ne = \frac{F t^2}{m l} \quad \text{или} \quad Ne = \frac{F l}{m v^2}. \quad (3.7)$$

Закон подобия Фруда. На практике не всегда возможно получить *одинаковый* коэффициент подобия для всех сил, возникающих в системе. Поэтому ниже мы будем говорить лишь о частных случаях, в каждом из которых рассматривается только один вид сил взаимодействия. Начнем с сил тяжести.

$$F = mg \quad \text{или} \quad F = \rho V g, \quad (3.8)$$

где g — ускорение свободного падения в данной точке.

Коэффициент подобия для силы тяжести имеет вид

$$\phi_s = \mu g_1 / g_2 \quad \text{или} \quad \phi_s = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{g_1}{g_2} \lambda^3. \quad (3.9)$$

Ньютоновский закон подобия (3.4) и (3.5) переходит в выражение

$$\tau = \sqrt{\lambda g_2 / g_1}. \quad (3.10)$$

Это — так называемый **закон подобия Фруда**, в нем остается только один произвольный коэффициент подобия. Если мы снова заменим τ и λ отношениями физических величин, то получим закон подобия Фруда в виде

$$l_1 / t_1^2 g_1 = l_2 / t_2^2 g_2. \quad (3.11)$$

Критерий подобия F_r называют **числом Фруда**:

$$F_r = l / t^2 g \quad \text{или} \quad F_r = v^2 / g l. \quad (3.12)$$

Рассмотрим для примера два геометрически подобных тела разной массы, которые подвешены как физические маятники. Из закона подобия следует, что отношение квадратов периодов колебаний таких маятников будет равно отношению их длин.

Закон подобия Рейнольдса. При течении реальных жидкостей возникают так называемые *силы внутреннего трения*. В соответствии с *ньютоновским законом для трения* сила трения между двумя слоями жидкости равна

$$F_R = \eta A dv/dx, \quad (3.13)$$

где η — динамическая вязкость, A — площадь соприкосновения слоев, dv/dx — градиент скорости, измеренный перпендикулярно линиям тока. Коэффициент подобия силы трения равен

$$\phi_R = \frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{\lambda^2}{\tau}. \quad (3.14)$$

Если ввести кинематическую вязкость $\nu = \eta/\rho$, то мы получим с учетом уравнения (3.5) **закон подобия Рейнольдса**

$$\tau = (\nu_2/\nu_1) \lambda^2. \quad (3.15)$$

Соответствующий критерий подобия называют **числом Рейнольдса** Re . Оно равно

$$Re = l^2/\nu t \text{ или } Re = vl/\nu. \quad (3.16)$$

Эта величина широко применяется при изучении потоков жидкостей.

Закон подобия Коши. Для упругих тел, подчиняющихся закону Гука $\sigma = E\varepsilon$, существует коэффициент подобия

$$\phi_E = \frac{E_1}{E_2} \lambda^2, \quad (3.17)$$

где E — модуль упругости, σ — нормальное напряжение, а $\varepsilon = \Delta l/l$ — относительное удлинение.

Ньютоновский закон подобия (3.5) переходит в закон подобия Коши:

$$\tau = \sqrt{(\rho_1/\rho_2)(E_2/E_1)} \lambda. \quad (3.18)$$

Соответствующий критерий подобия называется **числом Коши** Ca :

$$Ca = v/\sqrt{E/\rho}. \quad (3.19)$$

Этот закон подобия используют при изучении колебаний упругих тел и течения упругих жидкостей. В слу-

чае сдвиговых напряжений модуль E заменяют модулем сдвига G . (Более строгий вывод этого соотношения для трехмерного случая [3.8] показывает, что закон подобия Коши выполняется, если модельная система и оригинал имеют одинаковый коэффициент Пуассона.)

Статическое подобие. Из уравнений для коэффициентов подобия сил можно получать законы подобия статики. Так, например, из выражения (3.17) получается закон подобия Гука для упругих сил (коэффициенты Пуассона модельной системы и оригинала должны быть равны [3.18]):

$$\sigma_1/E_1 = \sigma_2/E_2. \quad (3.20)$$

Соответствующий критерий подобия называется числом Гука Но:

$$\text{Но} = \sigma/E. \quad (3.21)$$

Этот закон подобия широко применяется при изучении упругих напряжений с помощью **прозрачных моделей** [3.14]. Для определения упругих напряжений в деталях сложной формы изготавливают их модели из соответствующего прозрачного материала, а затем к ним прикладывают такие же внешние механические нагрузки, как к оригиналам. Под действием механических напряжений в материале модели, который до этого был изотропным, возникает двойное лучепреломление. Если поместить такую модель в оптическую систему со скрещенными поляризирующими фильтрами, то можно наблюдать интерференционную картину, которая показывает распределение упругих напряжений внутри детали.

3.2.2. Законы подобия электронной и ионной оптики

На заряженные частицы в постоянных магнитных и электрических полях действуют силы

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = -q \text{grad } V \quad \text{и} \quad \mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (3.22)$$

q — заряд частицы, \mathbf{E} — напряженность электрического поля, V — электрический потенциал, \mathbf{B} — магнитная индукция. Если перейти к другим значениям полей

$$\mathbf{E}_1 = \epsilon_E \mathbf{E}_2 \quad \text{и} \quad \mathbf{B}_1 = \beta_B \mathbf{B}_2, \quad (3.23)$$

то получим коэффициенты подобия для сил:

$$\phi_E = (q_1/q_2) \epsilon_E \quad \text{и} \quad \phi_B = (q_1/q_2) (\lambda/\tau) \beta_B. \quad (3.24)$$

Для нерелятивистских частиц выполняется ньютоновский закон подобия (3.4) и справедливы выражения

$$\frac{q_1}{q_2} \frac{\tau^2}{\mu\lambda} \epsilon_E = 1 \quad \text{и} \quad \frac{q_1}{q_2} \frac{\tau}{\mu} \beta_B = 1. \quad (3.25)$$

Для электрического и магнитного полей можно записать законы подобия:

$$\frac{q_1}{m_1} \frac{t_1^2}{l_1} E_1 = \frac{q_2}{m_2} \frac{t_2^2}{l_2} E_2 \quad \text{и} \quad \frac{q_1}{m_1} t_1 B_1 = \frac{q_2}{m_2} t_2 B_2. \quad (3.26)$$

Вводя величины кинетической энергии $E_{\text{кин}} = (1/2)mv^2$ и импульса $p = mv$, получим

$$\frac{q_1 E_1 l_1}{E_{\text{кин}_1}} = \frac{q_2 E_2 l_2}{E_{\text{кин}_2}} \quad \text{и} \quad \frac{q_1 B_1 l_1}{p_1} = \frac{q_2 B_2 l_2}{p_2}. \quad (3.27)$$

Электрическое поле определенной конфигурации обычно формируют с помощью металлических электродов нужной формы в вакууме. Эти электроды являются эквипотенциальными поверхностями. Если приложить к этим электродам напряжение U , то из соотношения $U = \int \mathbf{E} ds$ можно получить

$$U_1 = \epsilon_E \lambda U_2. \quad (3.28)$$

Тогда выражение (3.27) приобретает вид

$$\frac{q_1 U_1}{E_{\text{кин}_1}} = \frac{q_2 U_2}{E_{\text{кин}_2}}. \quad (3.29)$$

Критерии подобия для движения заряженных частиц в электрическом и магнитном полях имеют вид

$$qU/E_{\text{кин}} \quad \text{и} \quad qBl/p. \quad (3.30)$$

Если эти критерии равны, то траектории частиц будут подобны друг другу (конечно же, при условии, что подобны и начальные условия задачи). Иными словами, частицы должны попадать в электрическое и магнитное поля в гомологических точках под одинаковыми углами. Приведенные законы подобия играют большую роль в электронной и ионной оптике [3.10]. Для релятивистских частиц можно получить соответствующие обобщенные законы подобия [3.7].

3.2.3. Законы подобия для теплопереноса

Изучение теплопереноса является сложной задачей, поскольку при ее решении приходится учитывать не только теплопроводность, но и конвекцию, а также обмен теплом между твердыми телами, жидкостями и газами. Использование законов подобия позволяет и в этой области получить важные общие выводы, а также существенно облегчить проведение экспериментов. Если две системы *термически подобны*, то температуры в соответственных точках модели и оригинала связаны соотношением

$$T_1 = \theta T_2. \quad (3.31)$$

Относительно несложен случай теплопереноса в покоящихся твердых, геометрически подобных телах. Дифференциальное уравнение теплопереноса имеет вид

$$\partial T / \partial t = a \nabla^2 T,$$

где a — так называемый коэффициент температуропроводности.

Воспользовавшись выражениями (3.1) и (3.31), получим закон подобия Фурье:

$$\tau = (a_2/a_1) \lambda^2. \quad (3.32)$$

Критерием подобия является число Фурье Fo :

$$Fo = at/l^2. \quad (3.33)$$

В потоках жидкостей и газов с подобными распределениями скоростей величина λ/τ в выражении (3.32) служит коэффициентом подобия для скорости. Это значит, что нужно соответствующим образом выбрать τ . В этом случае выражение (3.32) называют законом подобия Пекле, а соответствующий критерий подобия — числом Пекле Pe :

$$Pe = vl/a. \quad (3.34)$$

Другие законы и критерии подобия получаются, если рассматривать перенос тепла с помощью свободной или вынужденной конвекции [3.17]. В этих случаях нужно, разумеется, учитывать законы подобия гидродинамики (см. разд. 3.2.1). Получается очень сложная задача. Ее можно существенно упростить, если

не рассматривать влияние некоторых критериев подобия и ограничиться лишь самым существенным параметром. Если в исследованиях используют такой подход, то принято говорить о *приближенном подобии*. Приближенное подобие играет большую роль в решении практических задач.

3.2.4. Законы подобия в физике плазмы

Законы подобия в физике плазмы можно разделить на три основные группы.

Газовый разряд [3.4, 3.5]. Уже на ранних стадиях изучения процессов в плазме Таунсенд сравнил *геометрически подобные разряды в газах*, что позволило установить общие закономерности этого сложного процесса. Геометрическое подобие (3.1) предполагает, что средние длины свободного пробега \bar{l} носителей зарядов и нейтральных частиц описываются одним и тем же коэффициентом подобия λ . Поскольку величины \bar{l} обратно пропорциональны плотности газа n ($\bar{l} \sim n^{-1}$), для плотностей газа выполняется соотношение

$$n_1 = \lambda^{-1} n_2. \quad (3.35)$$

При одинаковых температурах ($T_1 = T_2$) в соответственных точках подобных систем выполняется одно и то же уравнение состояния для давления ($p = nkT$):

$$p_1 = \lambda^{-1} p_2. \quad (3.36)$$

Если предположить, что в газовых разрядах, обладающих свойствами подобия, носители заряда приобретают между двумя последовательными столкновениями одинаковую кинетическую энергию

$$E_{кин} = q_1 E_1 \bar{l}_1 = q_2 E_2 \bar{l}_2,$$

то для напряженностей электрического поля тоже соблюдается соотношение

$$E_1 = \lambda^{-1} E_2, \quad (3.37)$$

а напряжения между соответствующими электродами равны

$$U_1 = U_2. \quad (3.38)$$

Из выражений (3.36) и (3.37) получим соотношение подобия

$$\frac{E_1}{\rho_1} = \frac{E_2}{\rho_2}. \quad (3.39)$$

Вводя расстояние между электродами d ($d_1 = \lambda d_2$), получим

$$\rho_1 d_1 = \rho_2 d_2. \quad (3.40)$$

Плотность объемного электрического заряда $\rho = \rho^+ + \rho^- = e(n^+ - n^-)$ подчиняется уравнению Пуассона $\nabla^2 V = -\nabla \cdot \mathbf{E} = -\rho/\epsilon_0$, а соотношения подобия для плотностей носителей заряда имеют вид

$$n_1^+ = \lambda^{-2} n_2^+ \quad \text{и} \quad n_1^- = \lambda^{-2} n_2^-. \quad (3.41)$$

(Строго говоря, эти соотношения в реальных системах справедливы для каждого сорта носителей заряда в отдельности; см., например, [3.5].)

Поскольку же носители заряда приобретают между двумя столкновениями одинаковую кинетическую энергию, распределение скоростей носителей заряда будет одинаковым:

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2. \quad (3.42)$$

Коэффициент подобия для времени равен

$$\tau = \lambda. \quad (3.43)$$

Плотность тока равна $\mathbf{j} = \rho^+ \mathbf{v}^+ + \rho^- \mathbf{v}^- = en^+ \mathbf{v}^+ - en^- \mathbf{v}^-$ и подчиняется соотношению подобия

$$\mathbf{j}_1 = \lambda^{-2} \mathbf{j}_2. \quad (3.44)$$

И наконец, получаем выражение для силы тока $I = \int \mathbf{j} d\mathbf{A}$:

$$I_1 = I_2. \quad (3.45)$$

Геометрически подобные газовые разряды с одинаковыми критериями подобия ϵ/ρ или ρ/d имеют одинаковые вольт-амперные характеристики.

Поскольку напряжение зажигания U_z лежит на вольт-амперной характеристике, из приведенного закона подобия непосредственно следует так называемый **закон Пашена** для U_z . Этот закон первоначально был обнаружен экспериментально:

$$U_z = f(\rho d). \quad (3.46)$$

Чтобы понять, в каких пределах выполняются указанные законы подобия, следует изучить атомные элементарные процессы в газовом разряде [3.4, 3.5]. Интервал параметров системы, в пределах которого справедливы законы подобия, ограничивается нелинейными явлениями, протекающими в газовом разряде (к их числу относятся, например, ступенчатая ионизация или рекомбинация при тройных соударениях).

Магнитогидродинамика. При магнитогидродинамическом описании плазмы уравнения гидродинамики используются вместе с уравнениями Максвелла. Законы подобия в этой области физики, как и в обычной гидродинамике, имеют большое практическое значение.

В качестве наиболее простого примера рассмотрим магнитное поле в плазме, перемещающейся со скоростью $v(r, t)$. Пусть эта плазма обладает изотропной проводимостью σ , а воздействием магнитного поля можно пренебречь.

Тогда из уравнений Максвелла и закона Ома [3.12]

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}, \quad (3.47)$$

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (3.48)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \quad (3.49)$$

получим соотношение для магнитного поля плазмы

$$\partial \mathbf{B} / \partial t = (1/\mu_0 \sigma) \nabla^2 \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (3.50)$$

В модельной системе (индекс 2) с коэффициентами подобия (3.1), (3.2) и (3.23) выполняется соотношение

$$\partial \mathbf{B}_2 / \partial t_2 = (\tau / \mu_0 \sigma_1 \lambda^2) \nabla_2^2 \mathbf{B}_2 + \nabla_2 \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{B}_2).$$

Для процессов в обеих системах соблюдается закон подобия, поэтому

$$(\sigma_1 / \sigma_2) (\lambda^2 / \tau) = 1 \quad \text{или} \quad (3.51)$$

$$\sigma_1 v_1 l_1 = \sigma_2 v_2 l_2. \quad (3.52)$$

Соответствующий критерий подобия называют магнитным числом Рейнольдса Rm , которое определяется как

$$Rm = \mu_0 \sigma v l. \quad (3.53)$$

В потоках плазмы при одинаковых полях распределения скоростей будут возникать подобные магнитные поля, если магнитные числа Рейнольдса этих потоков плазмы равны друг другу.

Другие законы подобия описаны в литературе [3.3].

Кинетическая теория плазмы. Если нас интересуют микроскопические процессы в плазме, то можно по аналогии со статистической механикой нейтральных газов воспользоваться описанием, которое основано на кинетических уравнениях для функций распределения частиц в фазовом пространстве. Для времен, малых по сравнению с временами соударений, выполняется так называемое уравнение Власова для функций распределения электронов $f^-(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ и ионов $f^+(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$:

$$\partial f / \partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla f + (q/m)(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})(\partial f / \partial \mathbf{v}) = 0. \quad (3.54)$$

Электрическое \mathbf{E} и магнитное \mathbf{B} поля определяются уравнением Пуассона или Максвелла:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0 = \epsilon_0^{-1} \int (q^+ f^+ - e f^-) d^3 v = \epsilon_0^{-1} (q^+ n^+ - e n^-), \quad (3.55)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \int (q^+ \mathbf{v}^+ f^+ - e \mathbf{v}^- f^-) d^3 v + \epsilon_0 \mu_0 \partial \mathbf{E} / \partial t. \quad (3.56)$$

Подобие в строгом смысле этого слова [3.15] должно учитывать такие эффекты, как микронеустойчивости, турбулентность и затухание Ландау. Поэтому, как и в электронной или ионной оптике, кроме подобия полей (3.28) должно соблюдаться геометрическое, временное и кинематическое подобие (3.1), (3.2). При этом должна иметься возможность независимого и произвольного выбора коэффициентов подобия λ , τ и ϕ_v , поскольку величины \mathbf{r} , \mathbf{v} и t в функции распределения являются независимыми переменными.

Требуемое подобие полей и начальных условий получается из выражений (3.55) и (3.56), а также с учетом соотношений

$$n = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3 v \quad \text{и} \quad (3.57)$$

$$f_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1, t_1) = \phi f_2(\mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2, t_2). \quad (3.58)$$

Они имеют вид

$$n_1^+/n_2^+ = n_1^-/n_2^- = \epsilon_E/\lambda = \phi_f^+ \phi_v^3 = \phi_f^- \phi_v^3 \text{ и } q_1^+ = q_2^+ \quad (3.59)$$

$$\beta_B/\lambda = \phi_f^+ \phi_v^4 \text{ и } \beta_B/\epsilon_E = \lambda/\tau. \quad (3.60)$$

Объединим эти выражения и получим

$$\phi_v = \beta_B/\epsilon_E = \lambda/\tau \text{ или} \quad (3.61)$$

$$n_1/n_2 = \beta_B/\phi_v \lambda. \quad (3.62)$$

И наконец, подставим соотношения подобия в уравнение Власова. При $m_1^- = m_2^-$ и $m_1^+ = m_2^+$ оно приобретает вид

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_2}{\partial t_2} + \phi_v \frac{\tau}{\lambda} \mathbf{v}_2 \cdot \nabla_2 f_2 + \frac{q_2}{m_2} \times \\ & \times \left[\frac{\epsilon_E \tau}{\phi_v} \mathbf{E}_2 + \tau \beta_B \mathbf{v}_2 \times B_2 \right] \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{v}_2} = 0. \end{aligned} \quad (3.63)$$

Сравнение безразмерных множителей дает

$$\phi_v \tau/\lambda = 1; \quad \epsilon_E \tau/\phi_v = 1; \quad \tau \beta_B = 1. \quad (3.64)$$

Комбинируя эти соотношения друг с другом и с выражениями (3.60), (3.61) и (3.62), получим

$$\begin{aligned} \phi_v &= 1; \quad \tau = \lambda; \quad \epsilon_E = \beta_B = \lambda^{-1}; \\ n_1/n_2 &= \lambda^{-2}; \quad \phi_f = \lambda^{-2}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Видно, что только один коэффициент подобия остается произвольным. Поэтому можно сформулировать целый ряд законов подобия [3.15]:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1 &= \mathbf{v}_2; \quad t_1/l_1 = t_2/l_2; \quad E_1 l_1 = E_2 l_2; \\ B_1 l_1 &= B_2 l_2; \quad n_1 l_1^2 = n_2 l_2^2. \end{aligned} \quad (3.66)$$

Эти законы подобия и законы магнитогидродинамики играют большую роль при изучении в лабораторных условиях тех процессов, которые протекают в различных астрофизических объектах (например, в недрах звезд). С другой стороны, они важны при изучении в уменьшенном масштабе тех процессов в плазме, которые должны протекать в термоядерных реакторах.

6.2.5. Временной масштаб модельных экспериментов

Интересные возможности открывают перед исследователем эксперименты в измененном *масштабе времени* [3.13]. Если в законах подобия, описывающих систему, все коэффициенты подобия равны единице, за исключением коэффициентов для времени и длины, то мы получим

$$t_2 \sim (l_2/l_1)^k t_1, \text{ где } k = 1/2; 1; 2. \quad (3.67)$$

Это означает, что в уменьшенных моделях все динамические процессы будут протекать в t_2/t_1 раз быстрее. Таким образом, мы сможем изучать на моделях те процессы, которые в реальных системах начнутся лишь в отдаленном будущем. Этот прием играет большую роль в создании самоорганизующихся вычислительных систем.

3.3. Аналоговые эксперименты

Физические процессы, которые имеют разную природу, но описываются одними и теми же дифференциальными уравнениями (при соответствующих начальных и граничных условиях), называют *аналогами*. Аналогия между процессами различного типа позволяет изучать сложные физические системы с помощью других процессов, более удобных для экспериментатора. Исследования на аналогах имеют большое значение в развитии физики не только потому, что они приводят к взаимному обогащению разных дисциплин, но и потому, что позволяют увидеть общие физические законы, лежащие в основе совершенно разных на первый взгляд явлений. Характерным примером такого рода являются процессы переноса [3.6].

3.3.1. Аналогия между процессами переноса

В этом разделе мы рассмотрим теплопроводность, диффузию и перенос электрических зарядов. Плотность потока тепла j_T , плотность потока частиц j_n и плотность электрического тока j_E подчиняются

соответственно первому закону Фурье теплопроводности, первому закону Фика для диффузии и закону Ома:

$$а) \mathbf{j}_T = -\lambda_T \nabla T; \quad б) \mathbf{j}_n = -D \nabla n; \quad в) \mathbf{j}_E = -\sigma \nabla V. \quad (3.68)$$

Здесь λ_T — так называемый коэффициент теплопроводности, D — коэффициент диффузии. Эта чрезвычайно наглядная аналогия между тремя различными процессами открывает целый ряд возможностей и, в частности, позволяет решать сложные теплотехнические задачи с помощью различных электрических аналогов [3.2]. Для нестационарных процессов тоже наблюдается похожая аналогия:

$$\begin{aligned} а) \partial T / \partial t &= a \nabla^2 T; & б) \partial n / \partial t &= D \nabla^2 n; \\ в) \partial V / \partial t &= (\sigma / C^*) \nabla^2 V. \end{aligned} \quad (3.69)$$

Выражения «а» и «б» называют соответственно вторым законом Фурье для теплопроводности и вторым законом Фика для диффузии; a — температуропроводность. Выражение «в» получается из обычного уравнения непрерывности для плотности заряда

$$\partial q / \partial t + \nabla \cdot \mathbf{j}_E = 0 \quad (3.70)$$

при подстановке выражения (3.68в) и введении C^* — величины емкости на единицу объема ($dq = C^* dV$). Аналогия между двумя системами достигается, когда соответствующие коэффициенты подобия равны. Рассматривая теплопроводность (индекс T) и электрический ток (индекс E), получим для соответственных длин l и моментов времени t

$$Fo = at_T / l_T^2 = \sigma t_E / (C^* l_E^2).$$

Закон подобия имеет вид

$$(\sigma / C^* a) (t_E / t_T) (l_T / l_E)^2 = 1. \quad (3.71)$$

Он содержит два коэффициента подобия t_E / t_T и $(l_E / l_T)^{-2}$, а также критерий подобия, который называют числом Бойкена Веу [3.11]:

$$Weu = (\sigma / C^*) a. \quad (3.72)$$

Критерии подобия являются безразмерными и в конечном счете сводятся к отношениям материальных констант различных физических систем.

Точно так же сравнение теплопроводности и диффузии позволяет получить закон подобия

$$(a/D)(t_T/l_D)(l_D/l_T)^2 = 1 \quad (3.73)$$

и соответствующий критерий подобия, так называемое число Льюиса Le :

$$Le = a/D. \quad (3.74)$$

Остальные законы подобия подробно рассмотрены в [3.11].

В качестве примера можно привести такую ситуацию. Пусть в конструкции, выполненной из различных материалов, несколько точечных источников тепла создают пространственное распределение температур, которое зависит от времени. Чтобы определить это распределение температуры, можно построить модельную систему, основанную на аналогии между диффузией и теплопроводностью. Для этого создают модель, в которой изучают диффузию слаборадиоактивных частиц. В этом случае число Льюиса внутри модели всюду должно быть одинаковым и будет выполняться уравнение (3.73) для коэффициентов подобия. С помощью соответствующих детекторов можно легко изучить распределение радиоактивного вещества в модели после диффузии.

Если же процесс диффузии или теплопроводности изучают с помощью электрических аналогов, то непрерывную среду обычно заменяют дискретным набором элементов электрической схемы, подобранных нужным образом [3.11].

3.3.2. Аналогия между потенциальными полями и полями линий тока

Для стационарных процессов уравнения (3.69) переходят в

$$\nabla^2 T = 0, \quad \nabla^2 n = 0, \quad \nabla^2 V = 0. \quad (3.75)$$

В этом случае поле температур, электрическое поле и распределение диффундирующего вещества подчиняются одному и тому же уравнению Лапласа, которое, в частности, описывает потенциал и электростатическое поле в отсутствие объемных зарядов ($\rho = 0$). Мы видим, что решение этого уравнения для одного

из процессов можно непосредственно переносить в другую область, если при этом сохраняют свой смысл граничные условия. В наиболее простом случае потенциал на границе изучаемой области задан и не изменяется со временем. Иными словами, граница области служит эквипотенциальной поверхностью.

На практике для измерения значений потенциала используют так называемую *электролитическую ванну* (относительная ошибка измерения с помощью этого метода составляет примерно 0,2 %). Электролитическая ванна представляет собой достаточно большой сосуд, заполненный электролитом, в котором помещены металлические электроды определенной формы, создающие электрическое поле нужной конфигурации. Форма металлических электродов соответствует граничным условиям задачи-аналога. Поскольку на границе между металлом и электролитом существует большой скачок проводимости, металлические электроды являются эквипотенциальными. Значение потенциала в разных точках ванны измеряется с помощью зонда [0.2, 3.7, 3.11]. В настоящее время вместо электролитических ванн все чаще используются моделированием с помощью ЭВМ.

3.3.3. Траектории заряженных частиц в магнитных полях

Траектории заряженных частиц, движущихся в постоянном магнитном поле, можно наглядно представить с помощью аналогии с равновесной формой натянутой гибкой проволоки, помещенной в это поле, по которой течет электрический ток [3.9]. Уравнение движения частицы с импульсом \mathbf{p} имеет вид

$$q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \dot{\mathbf{p}}.$$

Представим траекторию частицы как функцию длины дуги, т. е. $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$. Тогда мы получим с учетом

$$\mathbf{v} = v \, d\mathbf{r}/ds; \quad \mathbf{p} = d\mathbf{r}/ds; \quad p = \text{const};$$

$$\dot{\mathbf{p}} = \dot{p} d\mathbf{r}/ds + p v d^2\mathbf{r}/ds^2 = p v d^2\mathbf{r}/ds^2$$

уравнение траектории частицы в виде

$$(d\mathbf{r}/ds) \times \mathbf{B} = (p/q) d^2\mathbf{r}/ds^2. \quad (3.76)$$

На элемент длины dr проводника, по которому течет ток I , действует сила

$$d\mathbf{F}_l = I (d\mathbf{r} \times \mathbf{B}).$$

В равновесии эта сила должна быть равна силе S натяжения нити, которая действует на концы закрепленной проволоки. Это равновесие соблюдается всюду вдоль проволоки, а следовательно, эта сила действует и на концы любого элемента проводника. Результирующая сила зависит от кривизны элемента и задается выражением

$$d\mathbf{F}_s = S ds d^2\mathbf{r}/ds^2.$$

Условие равновесия $d\mathbf{F}_l + d\mathbf{F}_s = 0$ позволяет получить уравнение для проволоки

$$(d\mathbf{r}/ds) \times \mathbf{B} = - (S/I) d^2\mathbf{r}/ds^2. \quad (3.77)$$

Таким образом, траектория заряженной частицы и форма проволоки описываются одной и той же кривой, если выбраны **одинаковые** начальные условия:

$$p/q = - S/I. \quad (3.78)$$

Экспериментатор, не имеющий плана работы, подобен кораблю без руля во время шторма.

4. Обработка результатов измерений

Измерения проводят, чтобы получить *численные значения* нужной *физической величины*. При *прямых* измерениях эти значения получаются непосредственно, а при *косвенных* измерениях вначале определяют одну или несколько исходных физических величин, а затем по их значениям вычисляют нужную величину.

Опыт показывает, что при многократном повторении одного и того же измерения получаются разные численные значения. Так бывает, даже если делать все совершенно одинаково. Перед нами сразу возникает вопрос об *истинном* значении изучаемой физической величины, а также о точности, с которой его можно определить по нашим данным (если, конечно, такое значение действительно существует). Отклонения результатов измерения x от истинного значения x_0 (которое обычно неизвестно) называют **ошибками измерения** e :

$$e = x - x_0. \quad (4.1)$$

Ошибки измерений физических величин необходимо проанализировать, попытаться установить их причину и свести их к минимуму. Ошибки измерений принято разделять на две группы: *систематические* и *случайные* (или *статистические*) ошибки. Они подчиняются абсолютно разным закономерностям, поэтому различаются и «способы борьбы» с этими ошибками. К ошибкам третьего типа относят так называемые *грубые* ошибки, или *выбросы*, которые могут быть вызваны ошибками экспериментатора или отказами измерительного оборудования. Эти ошибки в принципе легко заметить, а дефектные изменения исключить.

4.1. Источники ошибок и их классификация

Систематические ошибки имеют множество причин, и их обычно трудно обнаружить, поскольку при повторении измерений они, как правило, сохраняют свою величину. Типичными источниками систематических ошибок бывают:

— несовершенство используемой измерительной аппаратуры (сюда относятся ошибки линейности, дрейф нулевой точки, градуировочные ошибки);

— несовершенство используемого метода измерений;

— плохая настройка измерительной аппаратуры;

— недостаточное постоянство условий опыта;

— влияние окружающей среды;

— постоянные ошибки экспериментатора;

— неучтенные влияния других параметров.

Обнаружить и исключить систематические ошибки обычно нелегко, и тут нельзя предложить общего рецепта. Можно изменить условия проведения опыта или проверить все перечисленные источники ошибок. В сомнительных случаях остается только одно решение, наиболее радикальное: нужно перейти к совершенно другому способу измерений. В конечном счете решающим фактором в поиске систематических ошибок является критическое отношение экспериментатора к своей работе и прежде всего — его опыт. Разумеется, совершенствование экспериментальной техники во многих случаях позволяет избежать систематических ошибок. Это можно показать на классическом примере. Ранние исследования атомных и молекулярных частиц сильно затруднялись взаимодействием этих частиц с молекулами остаточных газов. Проведение опытов в сверхвысоком вакууме позволило полностью исключить систематические ошибки такого рода.

Случайные ошибки тоже имеют вполне определенные причины, обычно довольно многочисленные. Однако взаимодействие этих причин приводит к такому разбросу измеряемых значений, который зависит уже только от случая. Предсказать величину случайной ошибки для одного измерения в принципе невозможно. Поэтому приходится повторять измерения до определенного разумного предела, а полученную

совокупность данных обрабатывать с помощью методов теории вероятностей и математической статистики.

Обе математические дисциплины образуют основу так называемой *теории ошибок*, которую мы коротко рассмотрим в данной главе. Более подробно эти вопросы описаны в книгах [4.2—4.9] ¹⁾.

4.2. Основы теории ошибок

4.2.1. Частота, вероятность, среднее значение, дисперсия

Теория ошибок справедлива только для случайных ошибок. Мы начнем с наиболее простого случая, когда одна и та же физическая величина измеряется n раз. Если измеряемая величина x изменяется не-

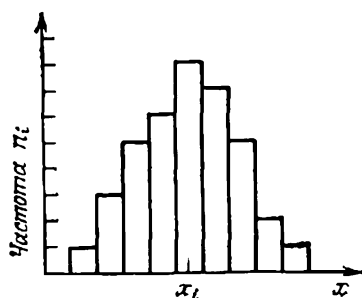


Рис. 4.1. Гистограмма для серии измерений.

(рис. 4.1). Она позволяет наглядно показать исход серии измерений. Хотя результат каждого измерения x_i определяется случайными причинами, из рис. 4.1 хорошо видно, что эта случайность подчиняется определенным законам.

Для описания серий измерений удобно вместо абсолютных частот n_i (n_i — количество результатов, попавших в класс x_i) ввести *относительные частоты* $h_i = n_i/n$. Они нормированы на единицу: $\sum h_i = 1$. При увеличении числа измерений n это распределение стремится к *теоретическому распределению вероятностей*, которое характеризует результаты *беско-*

¹⁾ См. также [4.10*—4.12*]. — *Прим. перев.*

нечного числа опытов. Существование теоретического распределения вероятностей является основополагающим предположением теории ошибок, которое, строго говоря, нельзя проверить экспериментально. Математически предел при $n \rightarrow \infty$ для каждого класса x_i выражается в виде

$$P(x_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} (n_i/n); \quad \sum_i P(x_i) = 1. \quad (4.2)$$

Величина P есть не что иное, как *вероятность* попадания измеряемого значения в интервал (i) при одном измерении.

Теоретическое распределение вероятностей переходит при $\Delta x \rightarrow 0$ в гладкую кривую. Вероятность попадания исхода одного измерения x в интервал Δx равна $p(x)\Delta x$. Функцию $p(x)$ называют *плотностью вероятности*. Вероятность P попадания результата измерения в интервал $[x_1, x_2]$ равна

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx. \quad (4.3)$$

Справедливо условие нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1. \quad (4.4)$$

Вероятность попадания исхода одного измерения в область от $-\infty$ до x называют в математической статистике [4.9] *функцией распределения* $F(x)$. Она определяется как

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(z) dz. \quad (4.5)$$

Теоретическая функция распределения (или просто функция распределения) содержит в сжатой форме всю информацию, которую можно получить из опыта [4.2], в том числе и истинное значение измеряемой величины x_0 . Эту величину для дискретного распределения значений x называют *арифметическим средним* E :

$$x_0 = \bar{x} = E(x) = \sum_i x_i P(x_i), \quad (4.6)$$

а в случае непрерывного распределения — *математическим ожиданием* величины x , которое рассчитывается по функции распределения [4.9]:

$$x_0 = \bar{x} = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x). \quad (4.7)$$

Очевидно, что если сравнивать результаты нескольких серий измерений одной и той же физической величины, то наиболее точное значение будет получено в той серии, в которой кривая распределения будет самой узкой. Чем уже кривая распределения, тем меньше ошибка $e = x - \bar{x}$ отдельного измерения, поэтому целесообразно характеризовать распределение вероятностей не только средним значением, но и шириной кривой распределения. Арифметическое среднее ошибки e для этого не подходит, поскольку оно в точности равно нулю. Для этой цели выбирают математическое ожидание квадрата ошибки σ^2 , которое называют *дисперсией*

$$\sigma^2 = E(e^2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^2 p(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 p(x) dx. \quad (4.8)$$

(Для дискретных распределений тоже можно записать соответствующие уравнения.) Корень квадратный из дисперсии называют *средним квадратичным отклонением (стандартом)* σ распределения. Оно непосредственно характеризует ширину распределения вероятностей, т. е. разброс измеряемых значений. Решая уравнение (4.8) с учетом (4.4) и (4.7), получим

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx - 2\bar{x} \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx + (\bar{x})^2 \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx, \quad (4.9)$$

$$\sigma^2 = \bar{x^2} - (\bar{x})^2 = E(x^2) - [E(x)]^2.$$

Это выражение справедливо для всех распределений вероятностей и имеет большое практическое значение.

Совокупность всех возможных исходов измерения в данных условиях называют в математической статистике *генеральной совокупностью*. В нашем случае эта совокупность бесконечно велика, и поэтому теоре-

тическое распределение вероятностей никогда не реализуется. Мы всегда имеем дело с конечным числом n измерений, которые называют *выборкой объемом n* . Эти значения представляют собой *случайную* выборку величин из генеральной совокупности. По результатам выборки мы должны как можно точнее узнать характеристики генеральной совокупности. Поэтому нужно определить соответствующие величины выборки, причем следует постоянно помнить, что величины в выборке случайным образом «извлечены» из генеральной совокупности.

Наилучшим приближением истинной величины \bar{x} является так называемое выборочное среднее значение

$$\bar{x}_n = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i. \quad (4.10)$$

(Этот факт можно обосновать с помощью гауссова метода наименьших квадратов.)

По аналогии с выражением (4.8) можно ввести *выборочную дисперсию s_n^2* , которая определяется как среднее значение квадрата отклонений $(x_i - \bar{x}_n)$. (Здесь не идет речь об истинной ошибке e_i , поскольку не известно истинное значение \bar{x} .)

$$s_n^2 = [1/(n-1)] \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2. \quad (4.11)$$

[В этой формуле вместо n появляется множитель $(n-1)$, поскольку для расчета разностей $(x_i - \bar{x}_n)$ нужно иметь по меньшей мере два результата. С математической точки зрения это означает, что только с учетом этого множителя математическое ожидание s_n^2 будет равно дисперсии генеральной совокупности.]

Корень квадратный из выборочной дисперсии называют *выборочным стандартным отклонением s_n* . Оно характеризует разброс отдельных результатов измерений вблизи среднего значения и является наилучшей оценкой *среднеквадратичного отклонения σ* генеральной совокупности, которое можно определить по выборке из n результатов.

Для практического расчета выборочной дисперсии пользуются формулой, которая соответствует выражению (4.9):

$$\begin{aligned}
 s_n^2 &= (n-1)^{-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2 = \\
 &= (n-1)^{-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x}_n \sum_{i=1}^n x_i + n[\bar{x}_n]^2 \right], \quad (4.12) \\
 s_n^2 &= (n-1)^{-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - (1/n) \left[\sum_{i=1}^n x_i \right]^2 \right].
 \end{aligned}$$

Кроме среднего значения результатов измерений экспериментатора интересует еще и его точность. Мы можем определить ее, несколько раз повторяя серии по n измерений. Тогда величины математических ожиданий \bar{x}_n образуют распределение, стандартное отклонение которого $s_{\bar{x}}$ будет характеризовать разброс средних значений \bar{x}_n от выборки к выборке. Поэтому величину $s_{\bar{x}}$ называют *стандартным отклонением выборочного среднего* (или его средней ошибкой). Пользуясь законом сложения ошибок (разд. 4.2.5), получим

$$s_{\bar{x}} = s_n / \sqrt{n} = \sqrt{n^{-1} (n-1)^{-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2}. \quad (4.13)$$

Стандартное отклонение среднего, полученного по n измерениям, отличается в $1/\sqrt{n}$ раз от стандартного отклонения отдельного измерения. Таким образом, точность измерений достаточно медленно растет с увеличением количества измерений при больших n . Поэтому нужно стремиться не к увеличению количества опытов, а к улучшению измерительных методов, которые позволят уменьшить стандартные отклонения s_n отдельного измерения.

4.2.2. Распределение вероятностей

В этом разделе мы обсудим наиболее важные распределения вероятностей для генеральной совокупности, которые чаще всего используют при обработке результатов измерений. На практике могут реализовываться различные распределения вероятностей, по-

сколько кроме разброса измеряемых значений из-за случайных ошибок существуют статистические флуктуации самой измеряемой величины. В качестве примера можно привести радиоактивный распад и спонтанную эмиссию излучения (см. также разд. 6.2).

4.2.2.1. ГАУССОВО, ИЛИ НОРМАЛЬНОЕ, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Нормальное распределение было найдено К. Ф. Гауссом. Его можно получить *a priori* в рамках теории ошибок. Важная роль гауссова распределения объясняется тем, что, с одной стороны, оно хорошо

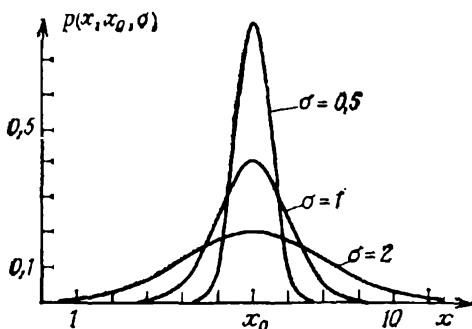


Рис. 4.2. Плотности вероятностей для нормального распределения при значениях параметра $\sigma = 0,5; 1; 2$.

описывает плотность вероятностей для многих физических величин, а с другой — распределение численных значений при самых разных измерениях. Кроме того, многие другие распределения переходят в предельном случае в нормальное распределение. Поэтому их можно заменить распределением Гаусса. Плотность вероятностей для случайной переменной x имеет вид

$$\rho(x; x_0, \sigma) = (\sqrt{2\pi}\sigma)^{-1} \exp[-(x - x_0)^2/2\sigma^2] \quad \text{при } -\infty < x < \infty. \quad (4.14)$$

На рис. 4.2 показано нормальное распределение со значениями параметра $\sigma = 0,5; 1$ и 2 . Оно характеризуется следующими основными особенностями.

1. Распределение симметрично относительно точки $x = x_0$.

2. Математическое ожидание вычисляется как

$$\bar{x} = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x; x_0, \sigma) dx = x_0.$$

Ему соответствует максимальная плотность вероятностей $p(x_0; x_0, \sigma) = 1/\sqrt{2\pi}\sigma$.

3. По обе стороны от максимума величина p монотонно падает и асимптотически стремится к нулю.

4. Дисперсия и среднеквадратичное отклонение определяются как

$$\text{Дисперсия} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - x_0)^2 p(x; x_0, \sigma) dx = \sigma^2,$$

Среднеквадратичное отклонение (стандарт) = σ .

5. На рис. 4.2 показано, что при увеличении среднеквадратичного отклонения распределение становится шире, а максимальное значение уменьшается.

Вследствие условия нормировки $\int p dx = 1$ площадь под кривой остается постоянной.

Используя величины

$$u = \frac{x - x_0}{\sigma}, \quad (4.15)$$

можно получить *стандартизованное нормальное распределение*. Оно имеет вид $p(x) dx = \phi(u) du$

$$\phi(u) = (1/\sqrt{2\pi}) \exp[-u^2/2]. \quad (4.16)$$

Функция распределения задается выражением (4.5):

$$F(x) = (1/\sqrt{2\pi}\sigma) \int_{-\infty}^x \exp[(-1/2)(z - x_0)^2/\sigma^2] dz. \quad (4.17)$$

Ее нельзя представить в виде элементарных функций, и поэтому во многих работах она табулирована в стандартизованном (нормированном) виде $\Phi(u)$ [4.1]:

$$\Phi(u) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_{-\infty}^u \exp[-(1/2)t^2] dt. \quad (4.18)$$

Часто используют так называемую *функцию ошибок* она также называется *интегралом ошибок Гаусса* $\text{rf}(u)$:

$$\text{rf}(u) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^u \exp(-t^2) dt = 2\Phi(u/\sqrt{2}) - 1. \quad (4.19)$$

Можно получить соотношение, которое весьма полезно для практических целей:

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right) = \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf}\left(\frac{x-x_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right]. \quad (4.20)$$

На рис. 4.3 приведены нормальное распределение и его функция распределения в стандартизованном виде.

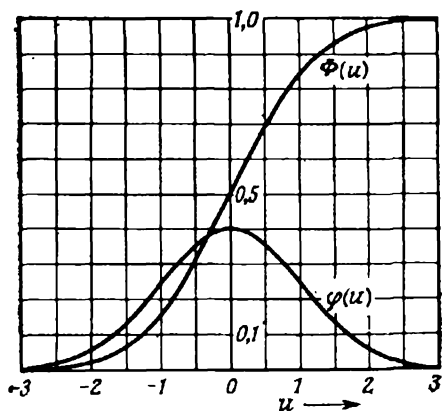


Рис. 4.3. Стандартизованная форма нормального распределения $\phi(u)$ и его функции распределения вероятностей $\Phi(u)$.

Вероятность того, что случайная переменная x , распределенная по нормальному закону, попадет в интервал $[x_1, x_2]$, равна

$$\begin{aligned} P(x_1 \leq x \leq x_2) &= F(x_2) - F(x_1) = \\ &= \Phi\left(\frac{x_2 - x_0}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - x_0}{\sigma}\right) = \\ &= \frac{1}{2} \left[\text{erf}\left(\frac{x_2 - x_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \text{erf}\left(\frac{x_1 - x_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right]. \quad (4.21) \end{aligned}$$

Таблица 4.1

Интервал		P, %
$x_0 - \sigma$	$\leq x \leq$	$x_0 + \sigma$ 68,3
$x_0 - 1,96\sigma$	$\leq x \leq$	$x_0 + 1,96\sigma$ 95
$x_0 - 2\sigma$	$\leq x \leq$	$x_0 + 2\sigma$ 95,5
$x_0 - 2,58\sigma$	$\leq x \leq$	$x_0 + 2,58\sigma$ 99
$x_0 - 3\sigma$	$\leq x \leq$	$x_0 + 3\sigma$ 99,7

Величину P , выраженную в процентах, называют также *статистической достоверностью*. В табл. 4.1 приведены значения этой величины для нескольких практически важных интервалов.

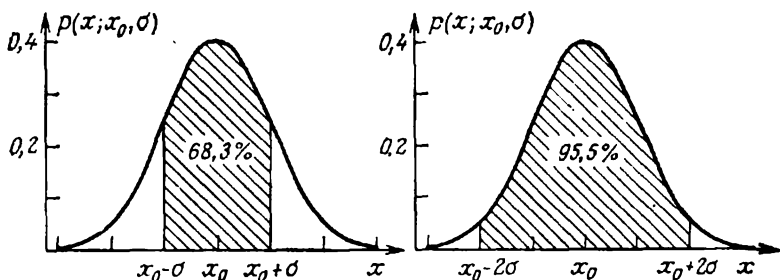


Рис. 4.4. Интервалы $x_0 - \sigma \leq x \leq x_0 + \sigma$ и $x_0 - 2\sigma \leq x \leq x_0 + 2\sigma$.

На рис. 4.4 показаны области $\pm\sigma$ и $\pm 2\sigma$ для нормального распределения.

4.2.2.2. БИНОМИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Биномиальное распределение иногда называют **распределением Бернулли**. Оно является наиболее важным дискретным распределением и получило свое название в связи с тем, что члены этого распределения представляют собой слагаемые биномиального разложения. Пусть в некотором опыте возможны только два исхода A и B . Тогда p — вероятность исхода A . Повторим наш опыт n раз, тогда биномиальное распределение предскажет вероятность того, что исход A будет наблюдаться в точности x раз:

$$P(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \text{ где } x = 0, 1, \dots, n. \quad (4.22)$$

Функция распределения имеет вид

$$F(x) = \sum_{k=0}^x \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}. \quad (4.23)$$

Разумеется, должно выполняться условие нормировки

$$\sum_x P(x; n, p) = 1.$$

Математическое ожидание и дисперсия имеют вид [4.8]

$$\bar{x} = E(x) = \sum_{x=0}^n x P(x; n, p) = np, \quad (4.24)$$

$$\sigma^2 = E[(x - \bar{x})^2] = \sum_{x=0}^n (x - \bar{x})^2 P(x; n, p) = np(1-p). \quad (4.25)$$

При больших значениях n биномиальное распределение приближается к нормальному. Это важно для практики, поскольку с нормальным распределением легче работать [4.9].

4.2.2.3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА

Если вероятность p в биномиальном распределении очень мала, а число возможных исходов n велико, то пользоваться распределением вероятностей в виде (4.22) неудобно. В этом случае полезно перейти к пределу $n \rightarrow \infty$ и $p \rightarrow 0$ при постоянном значении математического ожидания $x = np$ [4, 5]. Такое дискретное распределение называют **распределением Пуассона**, а соответствующая функция распределения вероятностей имеет вид

$$P(x; \bar{x}) = \frac{\bar{x}^x}{x!} e^{-\bar{x}} \text{ для } x = 0, 1, 2, \dots \quad (4.26)$$

Эта функция однозначно характеризуется *одним* параметром — средним значением \bar{x} числа встречающихся исходов. Математическое ожидание и дисперсия имеют вид

$$E(x) = \sum_x x P(x; \bar{x}) = \bar{x}, \quad (4.27)$$

$$\sigma^2 = E[(x - \bar{x})^2] = \sum_x (x - \bar{x})^2 P(x; \bar{x}) = \bar{x}.$$

Функция распределения описывается формулой

$$F(x) = e^{-x} \sum_{k=0}^x x^{-k}/k! \quad (4.28)$$

На рис. 4.5 показаны распределения Пуассона для трех значений параметра \bar{x} . Отчетливо видно, что при увеличении \bar{x} первоначально асимметричное распределение становится все более симметричным. При этом оно приближается к нормальному распределению с $x_0 = \bar{x}$ и $\sigma = \sqrt{x_0}$.

Распределение Пуассона описывает целый ряд явлений, в которых измеряемые величины принимают

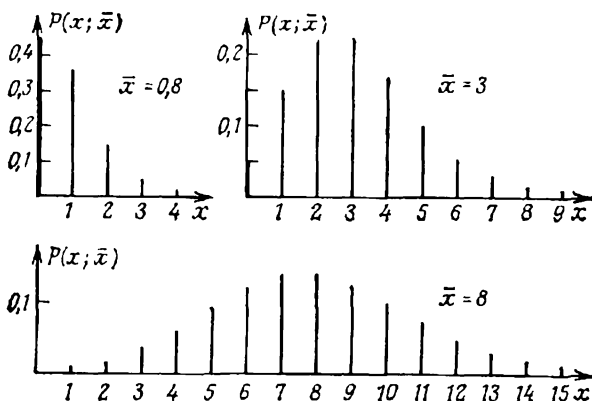


Рис. 4.5. Распределения Пуассона с различной величиной математического ожидания.

дискретные целочисленные значения, которые не зависят друг от друга. Типичным примером могут служить измерения в атомной и ядерной физике. Пусть за секунду фиксируется среднее число частиц \bar{R} , а измерения всегда происходят в течение одного и того же интервала времени Δt . Тогда измеренное за это время число частиц x (или скорость счета $R = x/\Delta t$) описывается распределением Пуассона с $\bar{x} = \bar{R}\Delta t$ и среднеквадратичным отклонением $\sigma = \sqrt{\bar{R}\Delta t}$. Если такое измерение повторить n раз, то стандартное отклонение выборочного среднего в соответствии с (4.13) равно

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\bar{R}\Delta t/n}. \quad (4.29)$$

Относительная среднеквадратичная ошибка среднего значения будет равна

$$s_{\bar{x}} = (n\bar{R}\Delta t)^{-1/2} = 1/\sqrt{N}. \quad (4.30)$$

Она определяется только числом $N = n\bar{R}\Delta t$ всех независимо зафиксированных частиц.

Аналогичные соображения можно применить и к электромагнитным волнам. Ограничимся вначале *стабилизированными* колебаниями. Под этими словами мы будем понимать волновые пакеты бесконечной длины, которые могут испускаться высокочастотным генератором или лазером. С помощью соответствующих детекторов с **высоким** временным разрешением можно фиксировать отдельные кванты электромагнитного излучения (разд. 6.3.5), причем нужно учитывать статистические свойства самого детектора. Теория показывает, что в этом случае полученное число фотонов тоже будет описываться распределением Пуассона, в котором \bar{x} соответствует среднему ожидаемому числу фотонов за фиксированный интервал времени. Фотоны ведут себя в этом случае как классические независимые частицы, а такое состояние фотонов называют *когерентным*. Некогерентное излучение описывается иначе, на этом вопросе мы коротко остановимся в заключительном разделе.

4.2.2.4. ДРУГИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

При вычислениях вероятностей используют целый ряд других функций распределения. Мы рассмотрим только те из них, которые чаще всего используют в физике. Критерии согласия будут обсуждаться отдельно в разд. 4.2.4.

Во всех измерениях экспериментатора интересует вероятность $p(t)dt$ того, что после одного события, происшедшего в момент времени $t=0$, следующее событие наблюдается в момент времени t , а точнее говоря, в интервале от t до $t+dt$. Если сами события подчиняются распределению Пуассона, то плотность вероятностей для интервала t равна

$$p(t; \bar{R}) = \bar{R}e^{-\bar{R}t} \quad \text{при } t > 0, \quad (4.31)$$

где \bar{R} — средняя скорость счета (количество событий в единицу времени). Таким образом, малые

интервалы времени более вероятны, чем большие. Такое распределение называют экспоненциальным. Соответствующая функция распределения, математическое ожидание и дисперсия имеют вид

$$F(t) = 1 - e^{-\bar{R}t}, \quad (4.32)$$

$$\bar{t} = E(t) = 1/\bar{R}, \quad (4.33)$$

$$\sigma^2 = E[(t - \bar{t})^2] = 1/\bar{R}^2 = \bar{t}^2. \quad (4.34)$$

Если при измерениях применяют так называемый дискриминатор, который фиксирует только каждое

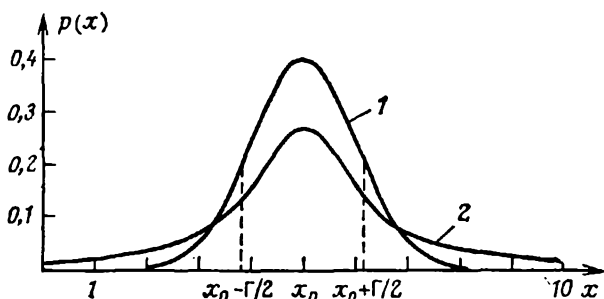


Рис. 4.6. Распределения Гаусса (1) и Лоренца (2) с одинаковой полушириной Γ .

r -е событие, то следует пользоваться обобщенным экспоненциальным распределением.

Распределение Коши больше известно физикам под названием **распределения Лоренца**. Оно, например, описывает события, которые изучают с помощью метода резонанса. Плотности вероятностей функций распределения имеют вид

$$p(x; x_0, \Gamma) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(x - x_0)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (4.35)$$

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{x - x_0}{\Gamma/2}. \quad (4.36)$$

Величины математического ожидания и дисперсии нельзя определить, поскольку интегралы с (4.35) расходятся. Поэтому такое распределение характеризуют медианой x_0 и полушириной Γ . Полуширина Γ определяется таким образом, что при $x - x_0 = \pm \Gamma/2$ плотность вероятностей достигает половины максималь-

ного значения. На рис. 4.6 наглядно показаны распределения Лоренца и Гаусса с одинаковой полушириной.

Хорошо видно, что распределение Лоренца более широкое, иными словами, плотность вероятностей падает медленнее. То же самое справедливо и для вероятностей в интервале $[x_0 - \Gamma/2; x_0 + \Gamma/2]$:

$P(x_0 - \Gamma/2 \leq x \leq x_0 + \Gamma/2) = 76\%$ для распределения Гауса и

$P(x_0 - \Gamma/2 \leq x \leq x_0 + \Gamma/2) = 50\%$ для распределения Лоренца.

Рассмотрим теперь (в отличие от прежнего случая контролируемых колебаний) фотоны, которые нахо-

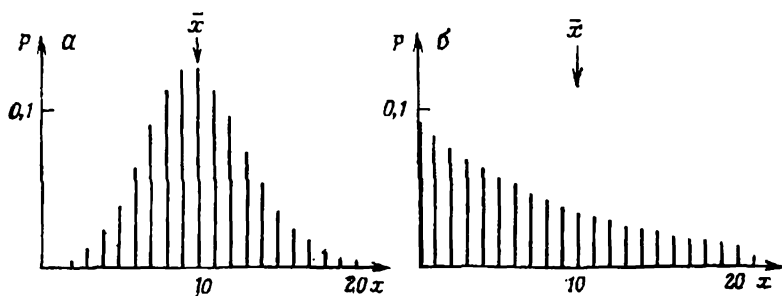


Рис. 4.7. Распределения Пуассона (а) и Бозе — Эйнштейна (б) для средней плотности фотонов $\bar{x} = 10$.

дятся в термическом равновесии со средой (как, например, при описании излучения абсолютно черного тела). Они подчиняются **распределению Бозе—Эйнштейна**, которое можно описать средним числом заполнения \bar{x} :

$$P(x; \bar{x}) = \frac{1}{(1 + \bar{x})} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\bar{x}}\right)^x} \quad \text{при } x = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.37)$$

Для больших значений среднего числа заполнения это выражение переходит в

$$P(x; \bar{x}) = \frac{1}{\bar{x}} e^{-x/\bar{x}}. \quad (4.38)$$

Функция распределения, математическое ожидание x и дисперсия равны

$$F(x) = \frac{1}{\bar{x}} \sum_{k=0}^x \left(1 + \frac{1}{\bar{x}}\right)^{-(1+k)}, \quad (4.39)$$

$$E(x) = \bar{x}, \quad (4.40)$$

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 + \bar{x}. \quad (4.41)$$

На рис. 4.7 показаны распределения Пуассона и Бозе — Эйнштейна для средней плотности фотонов $\bar{x} = 10$.

В первом случае среднеквадратичное отклонение равно $\sigma = 3,2$, а во втором $\sigma = 10,4$, т. е. величине среднего числа фотонов.

4.2.3. Доверительный интервал

Понятие статистической достоверности мы ввели в п. 4.2.2.1, когда обсуждали нормальное распределение. Мы использовали его, когда обсуждали вероятность того, что измеряемая величина при фиксированной функции распределения окажется в пределах заданных границ. Эти границы называют *доверительными границами*, а интервал — *доверительным интервалом*. Величина статистической достоверности в каждом конкретном случае зависит от требуемой надежности измерений.

Особый интерес представляет доверительный интервал для среднего значения \bar{x} , генеральная совокупность которого описывается нормальным распределением с дисперсией σ^2 . Относительно просто описывается случай, когда дисперсия известна, поскольку средние выборочные значения при мощностях выборок n тоже распределены возле \bar{x} по нормальному закону, а значит, их дисперсия равна σ^2/n . По аналогии с выражением (4.15) проведем преобразование

$$U = (\bar{x}_n - \bar{x}) \sqrt{n}/\sigma \quad (4.42)$$

и перейдем к стандартизованному виду $\Phi(U)$ нормального распределения. Для произвольных довери-

тельных границ $\pm U_p$ доверительный интервал составит $[-U_p\sigma/\sqrt{n}; U_p\sigma/\sqrt{n}]$ с вероятностью (4.21):

$$P(-U_p \leq U \leq U_p) = \Phi(U_p) - \Phi(-U_p) = \\ = P(\bar{x} - U_p\sigma/\sqrt{n} \leq \bar{x}_n \leq \bar{x} + U_p\sigma/\sqrt{n}). \quad (4.43)$$

С этой вероятностью истинное значение \bar{x} лежит в интервале

$$\bar{x}_n - U_p\sigma/\sqrt{n} \leq \bar{x} \leq \bar{x}_n + U_p\sigma/\sqrt{n}, \quad (4.44)$$

который теперь называется доверительным интервалом выборочного среднего.

Однако в общем случае дисперсия генеральной совокупности неизвестна, и поэтому кроме выборочного среднего \bar{x}_n нужно также знать выборочную дисперсию s_n^2 . Тогда в отличие от (4.42) вводят переменную t :

$$t = \frac{\bar{x}_n - \bar{x}}{s_n/\sqrt{n}}, \quad (4.45)$$

которая не распределена по нормальному закону. Закон распределения этой величины [4.5] называют t -распределением, или распределением Стьюдента. Оно впервые было опубликовано У. С. Госсетом под псевдонимом «Студент». Его плотность вероятности равна

$$p(t; n) = \rho_n / [1 + t^2/(n-1)]^{n/2}, \quad \text{где} \\ \rho_n = \Gamma(n/2) / \sqrt{(n-1)\pi} \Gamma((n-1)/2). \quad (4.46)$$

Эта величина зависит от мощности выборки $n \geq 2$. Величину $f = n - 1$ называют числом степеней свободы распределения. Это распределение симметрично и внешне похоже на колоколообразную кривую нормального распределения, но ее максимум ниже. В то же время на большом расстоянии от $t = 0$ плотность распределения Стьюдента совпадает с плотностью нормального распределения. На рис. 4.8 показаны t -распределения для различных n . Для $n = 2$ оно совпадает с распределением Лоренца, а с увеличением n оно стремится к нормальному распределению с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. При $n > 30$ два распределения уже совпадают настолько хорошо, что можно пользоваться обычным нормальным

распределением. При *малых мощностях выборки* ($n < 30$) следует использовать t -распределение. Функция распределения и в этот раз получается интегрированием (4.46):

$$F(t) = p_n \int_{-\infty}^t [1 + v^2/(n-1)]^{-n/2} dv. \quad (4.47)$$

Эта функция табулирована, например, в [4.1]. Ее математическое ожидание и дисперсия равны

$$\bar{t} = 0 \quad \text{для } n \geq 3, \quad (4.48)$$

$$\sigma^2 = \frac{n+1}{n-1} \quad \text{для } n \geq 4. \quad (4.49)$$

Для $n = 2$ и $n = 3$ дисперсия не определена, а при $n = 2$ не определено и математическое ожидание.

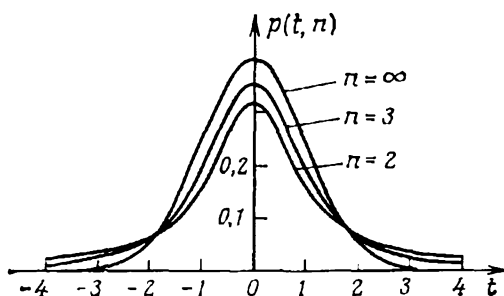


Рис. 4.8. Распределения Стьюдента для $n=2$, $n=3$ и $n = \infty$.

Избранное значение статистической достоверности P (%) определяет границы доверительного интервала $[-t_p; t_p]$, t_p для \bar{x} определяется по аналогии с (4.44):

$$\bar{x}_n - t_p s_n / \sqrt{n} \leq \bar{x} \leq \bar{x}_n + t_p s_n / \sqrt{n}. \quad (4.50)$$

Табулированная функция распределения позволяет легко узнать значение t_p для любых величин статистической достоверности:

$$P = F(t_p) - F(-t_p) = 2F(t_p) - 1, \quad (4.51)$$

$$F(t_p) = \frac{1}{2} (1 + P).$$

На рис. 4.9 показаны эти значения для обычных величин статистической достоверности.

Так называемая *центральная предельная теорема* математической статистики позволяет показать, что при не слишком малых мощностях выборки распределение выборочных средних, полученное для различных исходных функций распределения, достаточно

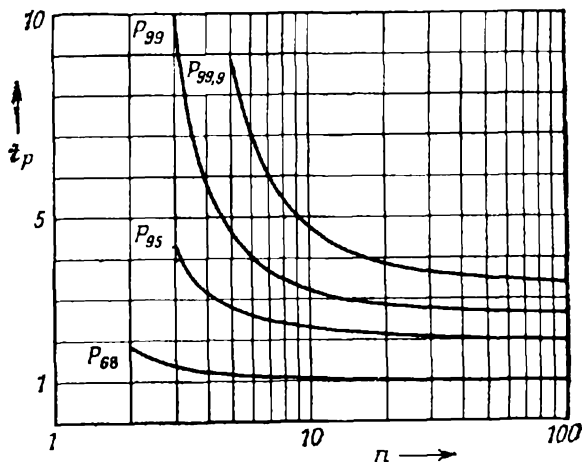


Рис. 4.9. Значения t_p для различных величин статистической достоверности P в зависимости от мощности выборки n : $P_{68} = 68\%$, $P_{95} = 95\%$, $P_{99} = 99\%$ и $P_{99,9} = 99,9\%$.

хорошо описывается нормальным распределением. Поэтому в дальнейшем можно пользоваться приведенными выше соотношениями.

Точно так же можно определить и доверительный интервал при фиксированной статистической достоверности для выборочного стандартного отклонения. При этом используются результаты измерений, распределенные по нормальному закону. Теория позволяет получить для случайной переменной функцию распределения

$$\chi^2 = (n - 1) s_n^2 / \sigma^2 = (1 / \sigma^2) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2, \quad (4.52)$$

которую называют **хи-квадрат-распределением**. Более подробно мы рассмотрим его в следующем разделе.

В литературе (например, [4.5]) подробно описано, как можно определить доверительный интервал для σ с помощью этого распределения.

4.2.4. Критерий хи-квадрат

Рассмотрим распределение вероятностей для результатов измерений выборки мощностью n и попробуем оценить, с какой вероятностью мы можем судить по этому распределению о распределении вероятностей для генеральной совокупности. Для этого нужно либо сравнить оба этих распределения, либо оценить их сходство со всеми возможными типами распределений вероятностей. Рассмотрим эмпирическое распределение, которое похоже на распределение, показанное на рис. 4.1. Разделим затем область полученных значений x на k независимых классов так, что каждый из них будет содержать в среднем пять отдельных событий. Число классов тоже будет близко к 5. Мерой согласия эмпирического и теоретического распределений будет сумма квадратов отклонений эмпирической частоты n_i класса i и теоретически рассчитанной частоты nP_i , где P_i — вероятность, предсказанная гипотетическим распределением для данного класса [рассчитанная по (4.3)]. Тогда можно определить величину

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k (n_i - nP_i)^2 / nP_i = \sum_{i=1}^k (n_i^2 / nP_i) - n. \quad (4.53)$$

Если $\chi^2 = 0$, то наблюдаемая и ожидаемая частоты в точности совпадают; если $\chi^2 \neq 0$, то это не так: чем больше величина χ^2 , тем больше отклонение наблюдаемого распределения от ожидаемого. Поскольку эти отклонения тоже имеют статистическую природу, то для χ^2 существует свое распределение, которое для выборки большой мощности совпадает с так называемым хи-квадрат-распределением с $k - 1$ степенями свободы. Это распределение было введено Хелмертом. Плотность распределения имеет вид

$$\begin{aligned} p(\chi^2; f) &= p_f(\chi^2)^{(f-2)/2} e^{-\chi^2/2}, \text{ где} \\ p_f^{-1} &= 2^{f/2} \Gamma(f/2) \text{ для } \chi^2 > 0. \end{aligned} \quad (4.54)$$

Математическое ожидание и дисперсия равны

$$\overline{\chi^2} = f, \quad (4.55)$$

$$\sigma^2 = 2f. \quad (4.56)$$

Здесь f — число степеней свободы распределения, оно равно $f = k - 1$. Если определить по экспериментальным данным еще r параметров гипотетического распределения, то отклонения ожидаемой частоты от на-

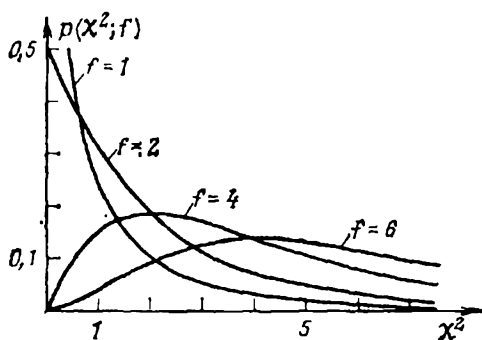


Рис. 4.10. Плотность вероятности хи-квадрат-распределения для количества степеней свободы $f = 1$; $f = 2$; $f = 4$ и $f = 6$.

блюдаемой налагают еще r условий. Тогда число степеней свободы распределения будет равно

$$f = k - r - 1. \quad (4.57)$$

На рис. 4.10 показано χ^2 -распределение для разных f . При $f = 1$ и $f = 2$ кривые монотонно понижаются с увеличением χ^2 , при $f > 2$ наблюдается максимум у значения $\chi^2 = f - 2$.

Функция распределения имеет вид

$$F(\chi^2) = p_f \int_0^{\chi^2} v^{(f-2)/2} e^{-v/2} dv. \quad (4.58)$$

Она табулирована, например, в [4.5], причем для больших f вместо нее можно приближенно использовать нормальное распределение

$$F(\chi^2) \approx \Phi(\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2f - 1}). \quad (4.59)$$

Для χ^2 эта величина соответствует верхней границе χ_p^2 , ниже, которой еще можно считать, что гипотетическое распределение совпадает с истинным распределением генеральной совокупности. При $\chi^2 > \chi_p^2$ эта гипотеза несправедлива. Величина χ_p^2 определяет допустимую вероятность всех возможных отклонений.

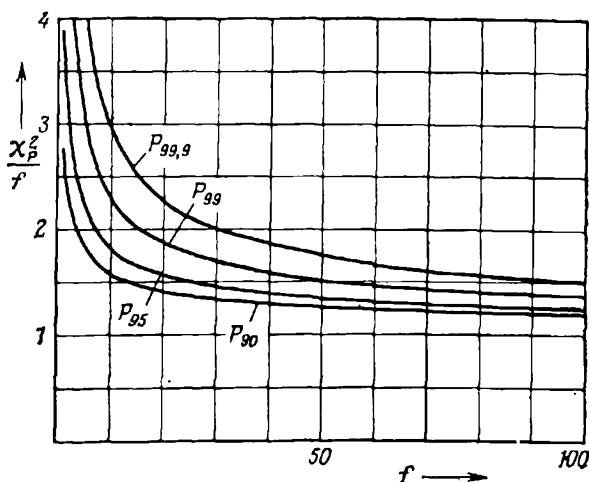


Рис. 4.11. Верхнее предельное значение χ^2 -распределения в зависимости от количества степеней свободы для вероятностей $P_{90} = 90\%$, $P_{95} = 95\%$, $P_{99} = 99\%$ и $P_{99.9} = 99.9\%$.

Величина $P^* = 1 - P$ определяет вероятность того, что отклонена истинная гипотеза

$$P(0 < \chi^2 \leq \chi_p^2) = F(\chi_p^2). \quad (4.60)$$

На практике чаще всего выбирают вероятности $P_{95} \equiv 95\%$ и $P_{99} = 99\%$. На рис. 4.11 показаны некоторые границы χ_p^2 . Значение χ_p^2/f представлено как функция числа степеней свободы f . Выше каждой из показанных кривых гипотеза согласия неверна.

В основе критерия χ^2 лежит предположение о гипотетическом распределении для генеральной совокупности. В то же время параметры этого распределения обычно определяются по экспериментальным значениям. Так, например, выборочное среднее является наилучшей оценкой для математического ожи-

дания генеральной совокупности (разд. 4.2.1). В настоящее время с помощью ЭВМ можно относительно легко варьировать параметры гипотетического распределения, чтобы достичь минимальной величины χ^2 согласно (4.53). Полученное распределение будет наиболее вероятным.

4.2.5. Сложение ошибок

Во многих случаях не удается непосредственно измерить интересующую нас физическую величину, и ее приходится рассчитывать на основе значений других измеримых величин. Поэтому мы рассмотрим пример, в котором величина z является известной функцией не зависящих друг от друга измеримых величин x и y :

$$z = f(x, y). \quad (4.61)$$

Величины x и y измеряются соответственно m и n раз. Выборочные средние равны \bar{x}_m и \bar{y}_n , выборочные дисперсии s_m^2 и s_n^2 . Для каждой пары значений x_i и y_k получим величину z_{ik} , а выборочное среднее определим по выборке мощностью $m \cdot n$:

$$\bar{z}_{mn} = (1/mn) \sum z_{ik} = (1/mn) \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n f(x_i, y_k). \quad (4.62)$$

Разложим величину z_{ik} в ряд Тейлора в окрестности значения $f(\bar{x}_m, \bar{y}_n)$:

$$z_{ik} = f(\bar{x}_m, \bar{y}_n) + (\partial f / \partial x)(x_i - \bar{x}_m) + \\ + (\partial f / \partial y)(y_k - \bar{y}_n) + \dots$$

Здесь вместо $x = \bar{x}_m$ и $y = \bar{y}_n$ следует подставить парциальные отклонения. Тогда выборочное среднее \bar{z}_{mn} искомой величины будет равно (если пренебречь членами высокого порядка)

$$\bar{z}_{mn} = (1/mn) \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n [f(\bar{x}_m, \bar{y}_n) + (\partial f / \partial x) \cdot (x_i - \bar{x}_m) + \\ + (\partial f / \partial y) \cdot (y_k - \bar{y}_n)], \\ \bar{z}_{mn} = (1/mn) [mnf(\bar{x}_m, \bar{y}_n) + n(\partial f / \partial x) \sum (x_i - \bar{x}_m) + \\ + m(\partial f / \partial y) \sum (y_k - \bar{y}_n)].$$

Поскольку $\sum (x_i - \bar{x}_m) = 0$ и $\sum (y_k - \bar{y}_n) = 0$, остается

$$\bar{z}_{mn} = f(\bar{x}_m, \bar{y}_n). \quad (4.63)$$

Таким образом, искомое выборочное среднее равно (с точностью до членов второго порядка) величине z , рассчитанной по средним значениям \bar{x}_m и \bar{y}_n .

Дисперсия выборочного среднего z в том же приближении равна

$$\begin{aligned} s_{mn}^2 &= [1/(mn - 1)] \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n (z_{ik} - \bar{z}_{mn})^2 \approx \\ &\approx (1/mn) \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n [(\partial f/\partial x)(x_i - \bar{x}_m) + (\partial f/\partial y)(y_k - \bar{y}_n)]^2. \end{aligned}$$

Перекрестный член равен нулю, поэтому получаем

$$s_{mn}^2 = (\partial f/\partial x)^2 s_m^2 + (\partial f/\partial y)^2 s_n^2. \quad (4.64)$$

Это выражение называют **гауссовым законом сложения ошибок**. Его можно обобщить и на случай многих переменных.

Рассмотрим для примера случай, когда искомая величина пропорциональна произведению измеряемых величин в некоторой степени:

$$z = Cx^\alpha y^\beta, \quad (4.65)$$

$$s_{mn}^2 = (\alpha C \bar{x}_m^{\alpha-1} \bar{y}_n^\beta)^2 s_m^2 + (\beta C \bar{x}_m^\alpha \bar{y}_n^{\beta-1})^2 s_n^2.$$

Разделив полученную величину на выборочное среднее

$$\bar{z}_{mn} = (C \bar{x}_m^\alpha \bar{y}_n^\beta)^2,$$

получим

$$s_{mn}^2/\bar{z}_{mn}^2 = \alpha^2 s_m^2/\bar{x}_m^2 + \beta^2 s_n^2/\bar{y}_n^2. \quad (4.66)$$

4.2.6. Взвешенное среднее значение

На практике часто приходится рассчитывать физические величины по нескольким выборочным средним, определенным с разной точностью (полученных в разных сериях опытов или с помощью различных методик). Если соответствующие выборочные средние равны $\bar{x}_a, \bar{x}_b, \dots$, а выборочные дисперсии соответственно s_a^2, s_b^2, \dots , то по этим величинам можно оп-

ределить так называемое *взвешенное среднее*, если каждое выборочное среднее умножить на множитель w (так называемый *вес*):

$$\bar{x} = (w_a \bar{x}_a + w_b \bar{x}_b + \dots) / (w_a + w_b + \dots). \quad (4.67)$$

Вес определяет точность каждого выборочного среднего: чем выше вес, тем меньше выборочное стандартное отклонение.

Закон сложения ошибок (4.64) позволяет получить для \bar{x} дисперсию взвешенного среднего:

$$s^2 = (w_a^2 s_a^2 + w_b^2 s_b^2 + \dots) / (w_a + w_b + \dots)^2. \quad (4.68)$$

Значения весов должны быть выбраны таким образом, чтобы величина s^2 была минимальной. Рассмотрим для простоты два значения w_i . Пусть сумма $w = w_a + w_b$ будет постоянна, тогда можно записать дисперсию в виде

$$s^2 = [w_a^2 s_a^2 + (w - w_a)^2 s_b^2] / w^2. \quad (4.69)$$

Из условия $\partial s^2 / \partial w_a = 0$ следует

$$w_a / w_b = s_b^2 / s_a^2. \quad (4.70)$$

Иными словами, веса обратно пропорциональны выборочным дисперсиям. Этот результат справедлив и для случая нескольких выборов.

4.3. Сглаживание экспериментальных зависимостей (линейная регрессия)

Важной задачей является нахождение функциональных зависимостей между физическими величинами. При этом обычно стараются таким образом сформулировать задачу, чтобы изучать только две величины, в то время как остальные переменные остаются постоянными. В эксперименте получаются пары значений

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n),$$

которые образуют выборку мощностью n из двумерной генеральной совокупности. В общем случае обе измеряемые величины характеризуются ошибками измерения.

Прежде всего изобразим полученные пары значений в прямоугольной системе координат. Тогда через экспериментальные точки, как правило, можно провести гладкую кривую, которая приближенно описывает полученные результаты. На рис. 4.12 показаны экспериментальные точки, группирующиеся вдоль прямой линии. В случае подобных линейных зависимостей обычно можно достаточно точно провести прямую «на глаз».

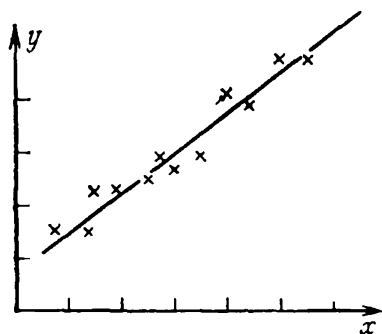


Рис. 4.12. Экспериментальные значения и линия регрессии.

Однако наилучшая из возможных прямых (*прямая регрессии*) получается, если использовать объективный метод. Такую возможность представляет так называемый принцип наименьших квадратов Гаусса [4.9].

Для простоты будем считать величины x независимыми переменными, значения которых измерены с пренебрежимо малой ошибкой. Пусть величина y_i , соответствующая значению x_i , отклоняется от истинной величины $y(x_i)$ на $y_i - y(x_i)$. Наилучшей прямой

$$y = ax + b \quad (4.71)$$

является такая прямая, на которой достигается минимум суммы квадратов отклонений $F(a, b, n)$:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 = F(a, b, n) \rightarrow \text{Min.} \quad (4.72)$$

частных производных

$$\partial F / \partial a = 0 \quad \text{и} \quad \partial F / \partial b = 0.$$

Условием минимума является равенство нулю первых. Отсюда получим

$$\sum_{i=1}^n (x_i y_i - ax_i^2 - bx_i) = 0, \quad (4.73)$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) = 0. \quad (4.74)$$

решая эту систему уравнений для неизвестных a и b , имеем

$$a = (\sum x_i \sum y_i - n \sum x_i y_i) / [(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2], \quad (4.75)$$

$$b = (\sum x_i \sum x_i y_i - \sum y_i \sum x_i^2) / [(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2]. \quad (4.76)$$

(Везде предполагается суммирование по i от 1 до n .)

Построим среднее арифметическое всех значений x_i и y_i :

$$\bar{x} = (1/n) \sum x_i \quad \text{и} \quad \bar{y}_i = (1/n) \sum y_i.$$

Тогда уравнение (4.74) будет иметь вид

$$\bar{y} = a\bar{x} + b. \quad (4.77)$$

Полученная прямая идет через эти средние значения x и y . Поэтому можно записать

$$y - \bar{y} = a(x - \bar{x}). \quad (4.78)$$

Наклон прямой называют коэффициентом регрессии.

Мерой разброса значений y_i возле прямой регрессии является дисперсия s_n^2 :

$$s_n^2 = \sum [y_i - y(x_i)]^2 / (n - 2) = F(a, b, n)_{\text{мин}} / (n - 2). \quad (4.79)$$

Число степеней свободы равно здесь $n - 2$, поскольку для определения прямой регрессии необходимо выполнение двух дополнительных условий.

Интересно получить дисперсии для величин a и b прямой регрессии:

$$s_a^2 = s_n^2 n / [n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2], \quad (4.80)$$

$$s_b^2 = s_n^2 \sum x_i^2 / [n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]. \quad (4.81)$$

Для наклона прямой регрессии a и отсекаемого ею отрезка b в принципе справедливы все соображения, изложенные в разд. 4.2.3, если бы было известно распределение вероятностей для двумерной генеральной совокупности. Тут вновь возникает вопрос о доверительном интервале, который показывает, с какой статистической достоверностью эти величины можно определить по данной выборке. Эти вопросы обсуждаются в книге [4.5]. Если обе переменные считать равноправными или между ними нет функциональной

зависимости, то для обработки результатов измерений используют методы расчета коэффициентов корреляции.

Задача о *нелинейной регрессии* решается совершенно аналогично, причем в качестве кривых регрессии используют многочлены [4.3].

Искусство определять вероятности основано на том, что можно проводить отдельные наблюдения и в том, как они повторяются, усматривать общие закономерности.

Зигмунд Графф

5. Измерительные устройства

Основные блоки измерительных устройств

Для проведения измерений обычно используют приборы и передаточные элементы, которые вместе образуют *измерительные устройства*. Такое измерительное устройство можно условно изобразить с помощью блок-схемы, хотя каждый из показанных на ней приборов может в свою очередь представлять собой целое измерительное устройство (рис. 5.1).

На вход *датчика* (его часто называют *чувствительным элементом*) поступает измеряемая величина, и на его выходе возникает сигнал, предназначенный

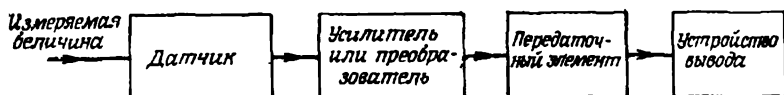


Рис. 5.1. Блок-схема измерительного устройства

для дальнейшей обработки. Этот сигнал зависит от измеряемой величины. Типичным датчиком является фотодиод, на который падает свет. Затем слабые сигналы могут усиливаться специальным *усилителем* или с помощью *преобразователя* *преобразовываться* к более удобному виду. *Передаточный элемент* (электрический проводник, беспроводная система) передает сигнал на *устройство вывода*, которое либо непосредственно выдает информацию экспериментатору, либо хранит ее для дальнейшей обработки с помощью компьютера. Очень часто ЭВМ подсоединена к измерительному устройству, тогда обработка данных происходит непосредственно в процессе измерений.

С точки зрения системного анализа вся экспериментальная установка, так же как и ее отдельные

блоки, функционально одинакова: в систему подается входной сигнал x_e , а после переработки на ее выходе появляется сигнал x_a . Обе эти величины связаны друг с другом определенными соотношениями, которые характеризуют систему. Эти соотношения называют *передаточными характеристиками* [5.1, 5.3, 5.5, 5.6, 5.9]¹⁾. Многие передаточные характеристики не зависят от конкретного прибора, а имеют общую природу. О них пойдет речь ниже.

5.2. Передаточные характеристики

5.2.1. Статические передаточные характеристики

Стационарное состояние измерительного устройства M (или отдельного элемента) достигается, когда заканчиваются все переходные процессы после подачи на вход постоянного сигнала x_e . Между выходным x_a и входным x_e сигналами существует функциональная зависимость (рис. 5.2)

$$x_a = f(x_e). \quad (5.1)$$

Такая функциональная зависимость для измерительной системы должна быть однозначной: она, например, не должна обладать гистерезисом (при возрастании и убывании измеряемой величины зависимость $f(x_e)$ должна оставаться одной и той же). В этом смысле весьма опасны медленные необратимые изменения характеристики, которые могут быть связаны со старением отдельных де-

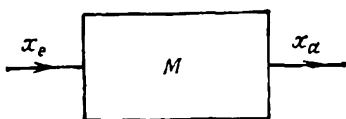


Рис. 5.2. Входной и выходной сигналы измерительного устройства.

талей. Заметить такое изменение можно только с помощью повторного контроля зависимости между входной и выходной величинами. Точно так же следует учитывать и влияние внешних условий (давления воздуха, температуры, разогрева приборов при длительной работе).

¹⁾ См. также [5.14*—5.19*]. — *Прим. перев.*

Если функциональная зависимость (5.1) изображена графически, то ее называют *характеристической кривой*. С точки зрения техники измерений удобнее всего работать с *линейными* зависимостями, т. е. прямыми, которые к тому же проходят через начало отсчета:

$$x_a = Kx_e. \quad (5.2)$$

Величину K называют *коэффициентом передачи*, ее размерность равна $[K] = [x_a][x_e]^{-1}$. Если речь идет о сложном измерительном приборе или целом измерительном устройстве, то величину K обычно называют *чувствительностью* S . Величина чувствительности показывает, какое изменение Δx_e входного сигнала необходимо для того, чтобы выходной сигнал изменился на Δx_a :

$$S = \frac{\Delta x_a}{x_e} \equiv K. \quad (5.3)$$

Если схема содержит нелинейный элемент, то чувствительность S определяется по нелинейной характеристической кривой с помощью производной:

$$S = \frac{dx_a}{dx_e}. \quad (5.4)$$

В этом случае чувствительность уже не постоянна, а зависит от рабочей точки $[x_e; x_a]$. При небольшом изменении измеряемых величин нелинейную характеристическую кривую часто можно приближенно заменить с помощью касательной к этой кривой в рабочей точке $[x_e; x_a]$.

5.2.2. Динамические свойства линейных передаточных элементов

Если входная величина $x_e(t)$ быстро меняется со временем, то выходная величина может содержать искажения. Хотя передаточные характеристики прибора можно в принципе рассчитать, зная характеристики всех отдельных элементов, полную уверенность дает лишь прямая экспериментальная проверка. Только она позволяет учесть **все факторы**, которые могут исказить выходной сигнал. В таких проверочных опытах входная величина изменяется по

заданному закону, а выходная регистрируется с достаточно большим разрешением по времени. Зависимости $x_e(t)$, которые используют для контроля передаточных характеристик прибора, называются *контрольными функциями*, а результирующие зависимости $x_a(t)$ на выходе — *функциями отклика*. Наиболее важными контрольными функциями являются *ступенчатая, единичная импульсная* (δ -функция) и *синусоидальная* функции.

5.2.2.1. ПЕРЕДАЧА НЕПЕРИОДИЧЕСКОГО СИГНАЛА

На рис. 5.3 показаны характеристики системы первого порядка, на вход которой подается сигнал, имеющий форму ступени (скачкообразная функция, *а*). Система первого порядка описывается дифференциальным уравнением первого порядка. *Функция отклика* на скачкообразный сигнал, *б*, которая описывает сигнал на выходе, экспоненциально стремится к постоянному значению $x_{a0} = Kx_{e0}$:

$$x_a(t) = Kx_{e0} [1 - e^{-(t-t_0)/T}] \quad \text{для } t \geq t_0. \quad (5.5)$$

Здесь T — постоянная времени. В момент $t_0 + T$ выходной сигнал составляет всего 63 % нового стационарного значения, а через $5T$ — 99 % стационарного значения. *Временем установления* T_ϵ называют промежуток времени, в конце которого выходной сигнал $x_a(t)$ отличается от стационарного значения Kx_{e0} на 5; 1 или 0,1 %.

Для сравнения различных систем функцию отклика на скачкообразный сигнал на входе нормируют на величину ступени x_{e0} входного сигнала:

$$h_a(t) = \frac{x_a(t)}{x_{e0}} = K [1 - e^{-(t-t_0)/T}]. \quad (5.6)$$

Эту нормированную функцию отклика называют *переходной функцией* (рис. 5.3, *в*).

К сожалению, большинство систем описывается дифференциальными уравнениями второго или более высокого порядка. Поэтому переходная функция достигает стационарного значения не экспоненциально, а по более сложному закону. Функция отклика может

стремиться к K плавно или с затухающими колебаниями возле K . Плавное изменение функции отклика, как правило, более предпочтительно. Соответствующие примеры показаны на рис. 5.4. В случае колебаний функции отклика возле K временем установления называют время, после которого функция отклика не выходит за пределы определенной полосы возле K (на рисунке показана полоса шириной $\pm 5\%$). В системах с плавным изменением функции отклика время установления T_E определяют так же, как в системах первого порядка. Для практических целей удобно пользоваться и так называемым *временем нарастания* T_A . Это время, за которое функция отклика $h_a(t)$ нарастает от 0,1 до 0,9 K .

В других случаях удобнее описывать передаточные характеристики с помощью единичной импульсной функции. Так, например, в фотоэлектронном умножителе электрон, вылетевший с фотокатода, вызывает на аноде импульс тока, ширина и форма которого определяются разбросом

времен свободного пробега в ФЭУ (см. разд. 7.4.2). В качестве другого примера можно привести импульс света, возникающий в сцинтилляторе, когда туда попадает квант излучения или частица.

Единичная импульсная функция $x_e(t)$ представляет собой короткий импульс прямоугольной формы продолжительностью Δt с амплитудой x_{e0} . При этом величина Δt должна быть настолько малой, чтобы за этот промежуток времени не возникало никакого

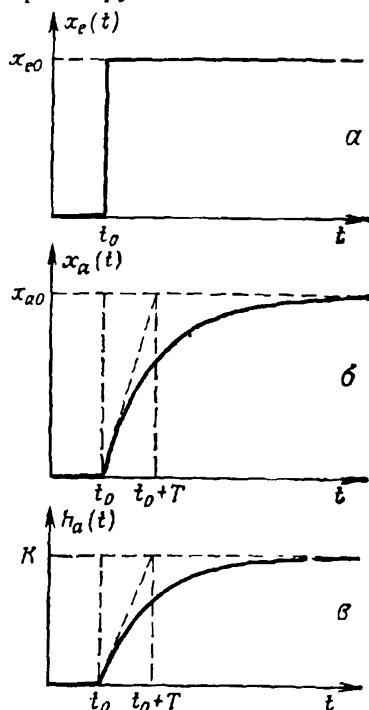


Рис. 5.3. Зависимости входного и выходного сигналов от времени в системе первого порядка.

сигнала $x_a(t)$ на выходе устройства. В пределе $\Delta t \rightarrow 0$ единичная импульсная функция математически описывается δ -функцией Дирака:

$$x_e(t) = x_{e0} \delta(t), \quad \text{где} \quad \int_{-\infty}^{\infty} x_e(t) dt = x_{e0}. \quad (5.7)$$

Функцию отклика на единичный импульс $x_a(t)$ обычно нормируют на x_{e0} , т. е. на площадь под кривой

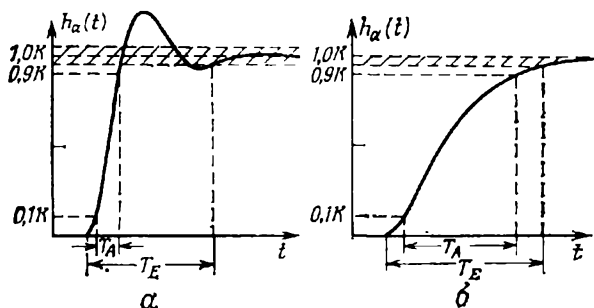


Рис. 5.4. Переходные функции передающего элемента. Выходной сигнал приближается к стационарному значению K с колебаниями возле $K(a)$. Выходной сигнал плавно приближается к стационарному значению K (б).

$x_e(t)$. В этом случае ее называют *реакцией на единичный импульс*, или *весовой функцией*:

$$g_a(t) = x_a(t)/x_{e0}. \quad (5.8)$$

Тогда для любого произвольного входного сигнала $x_e(t) \neq 0$ при $t \geq 0$ можно представить функцию отклика как интеграл Дюамеля от произведения функции $x_e(\tau)$ на весовую функцию:

$$x_a(t) = \int_0^t x_e(\tau) g_a(t - \tau) d\tau. \quad (5.9)$$

Единичная импульсная функция получается при дифференцировании ступенчатой функции. Поэтому отклик системы на единичную импульсную функцию тесно связан с откликом на ступенчатый входной сигнал:

$$g_a(t) = dh_a(t)/dt. \quad (5.10)$$

Если задана переходная функция, то выражение (5.9) приобретает вид

$$x_a(t) = \int_0^t x_e(\tau) \frac{dh_a(t-\tau)}{d\tau} d\tau = \int_0^t \frac{dx_e(\tau)}{d\tau} h_a(t-\tau) d\tau. \quad (5.11)$$

Если мы захотим восстановить по выходному сигналу форму входного сигнала, то это можно сделать, используя выражение (5.9): с помощью преобразования Лапласа можно получить функцию-изображение для входного сигнала. Тогда, используя обратное преобразование Лапласа, получим

$$\mathcal{L}\{x_a(t)\} = \mathcal{L}\{x_e(t)\} \cdot \mathcal{L}\{g_a(t)\}. \quad (5.12)$$

Из этого выражения хорошо видно, что функция-изображение, полученная с помощью преобразования Лапласа для весовой функции, полностью определяет передаточные свойства системы. Поэтому ее называют *передаточной функцией системы*, она в общем виде определяется выражением

$$H(s) = \mathcal{L}\{x_a(t)\} / \mathcal{L}\{x_e(t)\} = \mathcal{L}\{g_a(t)\}, \quad (5.13)$$

где

$$s = \sigma + i\omega. \quad (5.14)$$

Такой способ описания передаточной функции имеет важное преимущество: если измерительное устройство состоит из элементов, соединенных последовательно, то общая передаточная функция устройства равна произведению передаточных функций отдельных элементов:

$$H(s) = \prod_{i=1}^n H_i(s). \quad (5.15)$$

5.2.2.2. ПЕРЕДАЧА ПЕРИОДИЧЕСКОГО СИГНАЛА

При передаче периодического сигнала в качестве контрольной обычно используют синусоидальную функцию. После завершения переходных колебательных процессов входной периодический сигнал

$$x_e(t) = x_{e0} e^{i\omega t} \quad (5.16)$$

вызывает на выходе периодический сигнал с такой же угловой частотой ω , но с другой амплитудой x_{a0} и со сдвигом по фазе ϕ , которые зависят от ω :

$$x_a(t) = x_{a0}(\omega) e^{i[\omega t + \phi(\omega)]}. \quad (5.17)$$

Зависимость между входным и выходным сигналами называют *комплексной частотной характеристикой*:

$$H(\omega) = \frac{x_{a0}(\omega)}{x_{e0}} e^{i\phi(\omega)}, \quad (5.18)$$

В пределе $\omega \rightarrow 0$ она, естественно, переходит в статический коэффициент передачи K . Для размерностей

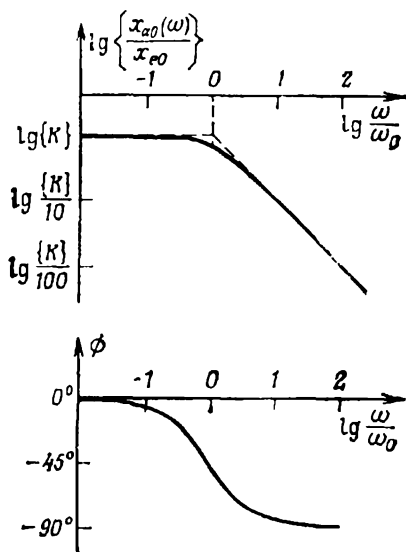


Рис. 5.5. Частотная характеристика элемента первого порядка, представленная с помощью диаграммы Бode.

справедливо соотношение $[H] = [K] = [x_a][x_e]$. Функцию $H(\omega)$ можно в принципе представить с помощью годографа на гауссовой комплексной плоскости, однако на практике обычно используют представление комплексной частотной характеристики с помощью так называемой **диаграммы Бode**. Эта диаграмма представляет собой зависимости фазы и логарифма отношения амплитуд от логарифма частоты. На

рис. 5.5 для примера показаны амплитудная и фазовая характеристики передаточного элемента первого порядка. При низких частотах амплитуда не зависит от частоты. Начиная с некоторой величины ω_g , выходной сигнал становится все слабее, а разность фаз возрастает. При высоких частотах передаточные характеристики системы ухудшаются. Поэтому принято определять так называемую *граничную частоту* ω_g , при которой амплитуда

падает до $1/\sqrt{2}$ (т. е. примерно до 71 %) исходного значения. При измерениях такие большие искажения амплитуды недопустимы. Поэтому в качестве допустимого отклонения выбирают значения 10; 5; 1 % или наибольшей допустимой частотой считают частоту, которая в 10 раз меньше граничной:

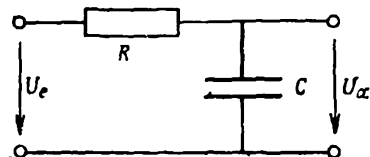


Рис. 5.6. RC-фильтр нижних частот.

$$\omega \leq \omega_g/10. \quad (5.19)$$

На подобных графиках обычно приводят значения частоты ω , нормированные на частоту ω_0 . Хотя величину ω_0 можно выбрать произвольно, но, как правило, в качестве ω_0 используют граничную частоту ω_g или частоту собственных колебаний в системе.

На рис. 5.5 представлены свойства системы, которую называют *фильтром нижних частот*. Одним из наиболее простых фильтров нижних частот, у которого входной и выходной сигналы имеют одну и ту же физическую природу, служит RC-цепочка (рис. 5.6). Комплексную частотную характеристику RC-цепочки можно представить в виде отношения полных сопротивлений, если RC-цепочка подключена как делитель напряжения:

$$H(\omega) = U_x/U_e = (1/i\omega C)/[R + (1/i\omega C)] = 1/(1 + i\omega RC). \quad (5.20)$$

Отсюда получим

$$|H(\omega)| = 1/\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2} \quad \text{и} \quad \phi = -\arctg \omega RC. \quad (5.21)$$

Граничная частота равна

$$\omega_g = 1/RC \quad (5.22)$$

и, следовательно,

$$\lg |H(\omega)| = (-1/2) \lg(1 + \omega^2/\omega_g^2) \text{ и } \phi = -\arctg(\omega/\omega_g). \quad (5.23)$$

(Кривые на рис. 5.5 соответствуют выражению (5.23) с точностью до постоянного множителя K на амплитудной характеристике.)

Обычно область частот между 0 и ω_g называют *полосой пропускания*, в то время как *полосой пропускания измерительных систем* называют интервал от 0 до $\omega_g/10$.

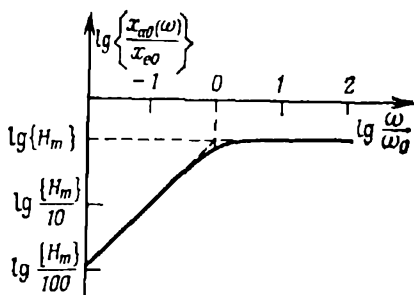


Рис. 5.7. Амплитудная характеристика фильтра верхних частот.

Решая дифференциальное уравнение, можно получить постоянную времени для передаточной функции RC -цепочки (это выражение справедливо для всех систем первого порядка):

$$\omega_g = 1/T. \quad (5.24)$$

Учитывая (5.6), получим время нарастания T_A :

$$T_A = \frac{\ln 9}{\omega_g} \approx \frac{2,2}{\omega_g}. \quad (5.25)$$

Время установления T_E равно с точностью 1 %

$$T_E \approx 5/\omega_g. \quad (5.26)$$

Аналогичные выражения можно получить и для систем более высокого порядка. В этих случаях на практике часто пользуются выражениями (5.25) и (5.26).

Элементы со свойствами *фильтра верхних частот* можно использовать только при динамических измерениях. Такие элементы полностью подавляют низкочастотную составляющую сигнала вместе с постоянной составляющей. На рис. 5.7 показана типичная амплитудная характеристика фильтра верхних частот, а на рис. 5.8 — простейший фильтр верхних частот, *CR-цепочка*. (Амплитудная характеристика на рис. 5.7 тоже описывает свойства *CR-цепочки* с точностью до постоянного множителя.)

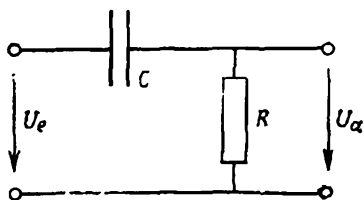


Рис. 5.8. *CR-фильтр* верхних частот.

Нижняя граничная частота фильтра верхних частот соответствует $1/\sqrt{2}$ максимального значения амплитуды. Частотная характеристика *CR-цепочки* определяется из отношения полных сопротивлений:

$$H(\omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{R}{R + 1/i\omega C} = \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC}. \quad (5.27)$$

Амплитудная и фазовая характеристики описываются выражениями

$$|H(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} = \frac{\omega/\omega_{gu}}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_{gu})^2}}, \quad (5.28)$$

$$\phi(\omega) = \arctg(1/\omega RC) = \arg \operatorname{tg}(\omega_{gu}/\omega). \quad (5.29)$$

Нижняя граничная частота равна

$$\omega_{gu} = 1/RC. \quad (5.30)$$

Если в системе могут возникать собственные колебания с частотой ω_0 , то на амплитудной характеристике такой системы появляется характерный максимум возле ω_0 (на рис. 5.9 показан пример соответствующего фильтра нижних частот). Комбинация фильтра верхних и нижних частот позволяет получить так называемый *полосовой фильтр* (рис. 5.10).

Комплексная частотная характеристика в принципе описывает и специальный случай передаточной функции, когда $s = i\omega$. Поэтому очевидно, что по аналогии с (5.15) функция $H(\omega)$ всего измерительного

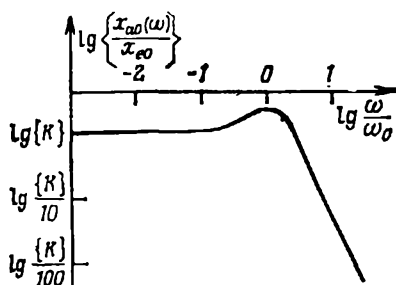


Рис. 5.9. Амплитудная характеристика системы, в которой возможны собственные колебания при ω_0 .

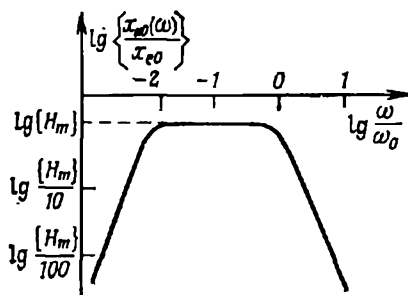


Рис. 5.10. Амплитудная характеристика элемента со свойствами полосового фильтра.

устройства при последовательном соединении элементов тоже равна произведению частотных характеристик каждого элемента:

$$H(\omega) = \prod_{k=1}^n H_k(\omega). \quad (5.31)$$

или, учитывая (5.18),

$$H(\omega) = \prod_{k=1}^n |H_k(\omega)| \exp \left[i \sum_{k=1}^n \phi_k(\omega) \right]. \quad (5.32)$$

Это означает, что диаграмму Бode всего измерительного устройства можно получить с помощью простого графического сложения амплитудных и фазовых характеристик отдельных элементов, поскольку из (5.32) следует, что логарифмы отношений амплитуд складываются по модулю.

Обратное тоже верно: если мы хотим улучшить экспериментальную установку и обнаружить ее «узкие места», то следует рассмотреть по отдельности комплексные частотные характеристики ее элементов.

5.3. Принцип обратной связи

Передаточные характеристики прибора или отдельного элемента измерительного устройства можно изменить, используя так называемую *обратную связь*. На рис. 5.11 показана принципиальная схема устройства с обратной связью. Выходной сигнал $x_a(t)$ с по-

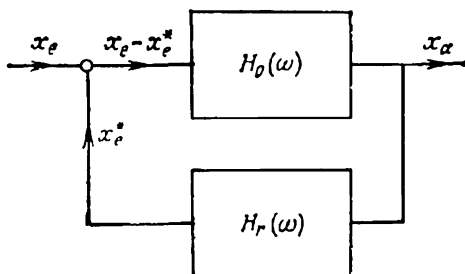


Рис. 5.11. Цепь с обратной связью.

мощью передаточного элемента подается обратно на вход и складывается с входным сигналом $x_e(t)$. Если $H_0(\omega)$ и $H_r(\omega)$ — комплексные частотные характеристики передаточного элемента и элемента обратной связи, то при синусоидальных собственных колебаниях с частотой ω можно получить синусоидальную функцию отклика:

$$x_a(t) = H_0(\omega) [x_e(t) - H_r(\omega) x_a(t)]. \quad (5.33)$$

Простое преобразование приводит к выражению

$$x_a(t) = \frac{H_0(\omega)}{1 + H_0(\omega) H_r(\omega)} x_e(t), \quad (5.34)$$

а эффективная комплексная частотная характеристика имеет вид

$$H_{\text{эфф}}(\omega) = \frac{H_0(\omega)}{1 + H_0(\omega) H_r(\omega)}. \quad (5.35)$$

Если переписать ее иначе:

$$H_{\text{эфф}} = \frac{1}{H_r} \left\{ \frac{1}{1 + 1/H_r H_0} \right\} = \frac{1}{H_r} \cdot F_r, \quad (5.36)$$

то величину $H_{эфф}$ можно представить как произведение обратной частотной характеристики элемента обратной связи на поправочный множитель $F_r = (1 + 1/H_0 H_r)^{-1}$. Если

$$|H_0| \gg |H_r|^{-1}, \quad (5.37)$$

то этот поправочный множитель равен единице: $F_r = 1$. Преимущества такой схемы очевидны. Во многих случаях свойства активного звена прямой передачи сигнала H_0 сильно зависят от влияния внешней среды. Тогда параллельно элементу H_0 включают пассивное звено обратной связи. При этом возмущения в прямой цепи H_0 практически не влияют на передаточные характеристики всей системы с обратной связью в целом. Выбирая нужную характеристику H_r , можно получить требуемую частотную зависимость свойств системы с обратной связью. При этом следует помнить, что при введении обратной связи уменьшается чувствительность системы в соответствии с выражением (5.36). Чаще всего схемы с обратной связью используются при конструировании усилителей.

5.4. Электрические линии

5.4.1. Электрические линии как передаточные элементы

Важнейшими передаточными элементами являются однородные электрические линии. В измерительных устройствах (см. рис. 5.1) они служат не только для прямого подключения одного элемента к другому, но и для передачи сигналов на большие расстояния. Для этого обычно используют так называемые коаксиальные кабели. В таком кабеле проводники имеют форму цилиндров: внутреннего и внешнего, между которыми расположен цилиндрический слой диэлектрика. Электрические и магнитные поля сигналов, проходящих по такому кабелю, локализуются в пространстве между цилиндрическими проводниками, причем внешний проводник одновременно играет роль экрана, защищающего сигнал от воздействия помех.

К сожалению, кажущаяся простота такого передаточного элемента часто приводит к тому, что переда-

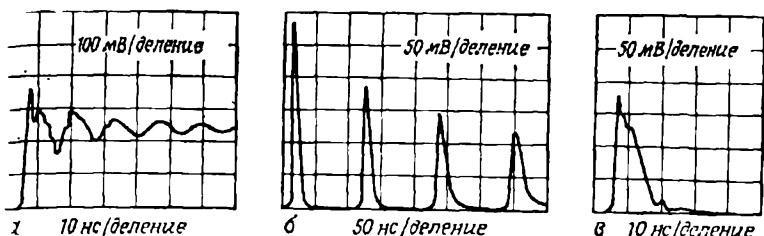


Рис 5.12. а — сигнал фотодиода, подсоединенного к высокоомному входу ($R_0 = 1 \text{ МОм}$) осциллографа; длина кабеля $l = 1 \text{ м}$; б — $l = 11 \text{ м}$; $R_0 = 1 \text{ МОм}$; в — $l = 1 \text{ м}$; $R_0 = 50 \text{ Ом}$.

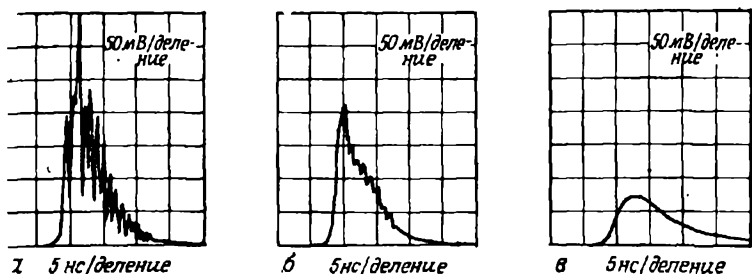


Рис. 5.13. Сигнал быстродействующего фотодиода на конце кабеля длиной l . Волновое сопротивление кабеля согласовано с входным сопротивлением осциллографа. Полоса пропускания осциллографа равна 1 ГГц . а — $l = 1 \text{ м}$; б — $l = 11 \text{ м}$; в — $l = 79 \text{ м}$.
Тип кабеля: RC58C/U.

точные характеристики электрических линий не принимают в расчет. Это может привести к грубым ошибкам при измерениях. Ниже приведены некоторые примеры таких ошибок. Пусть короткий импульс света от лазера на красителях регистрируется с помощью фотодиода, а сигнал отображается на экране быстродействующего осциллографа. На рис. 5.12, а оказан сигнал, возникающий на экране осциллографа, если выход фотодиода подсоединить к высокоомному входу осциллографа ($R_0 = 1 \text{ МОм}$) с помощью обычного коаксиального кабеля длиной 1 м . Если длина кабеля равна $l = 11 \text{ м}$, то на экране осциллографа возникнет последовательность импульсов, показанная на рис. 5.12, б. И лишь когда полное входное сопротивление будет равно волновому

сопротивлению кабеля (здесь $R_0 = 50$ Ом), мы получим на экране осциллографа правильную форму импульса напряжения (рис. 5.12, в).

На рис. 5.13 показано, как влияет длина проводника на передачу высокочастотного сигнала, хотя обычно считают, что потери в так называемом высокочастотном кабеле пренебрежимо малы. Во всех трех случаях, показанных на рис. 5.13, волновое сопротивление кабеля было подобрано правильно. При длине кабеля $l = 1$ м модуляция лазерного импульса еще хорошо видна на экране осциллографа (рис. 5.13, а). Когда длина кабеля равна $l = 11$ м, модуляция существенно ослабляется (рис. 5.13, б). При длине кабеля $l = 79$ м затухание в электрической линии уже очень сильно искажает форму импульса (рис. 5.13, в).

5.4.2. Уравнения линий связи

Чтобы определить передаточные характеристики электрических линий, рассмотрим короткий кусок двойного проводника. В этом случае длина dz элемента проводника должна быть очень мала по сравнению с длиной волны сигнала, распространяющегося вдоль линии.

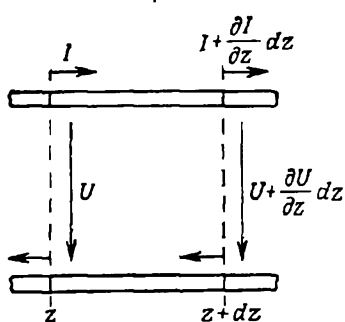


Рис. 5.14. Токи и напряжения в участке двухпроводной линии.

На рис. 5.14 показаны соотношения для токов и напряжений, которые зависят от координаты z и времени t . По соседним участкам двух проводников течет ток $I(z)$ (в противоположных направлениях), а сопротивление этих двух участков равно

dR . Каждый из двух проводов окружен магнитным полем и, следовательно, обладает индуктивностью dL . Емкость двухпроводного участка длиной dz равна dC , а потери в диэлектрике, разделяющем два провода, составляют dG . Эти величины обычно принято относить к длине проводника. Их называют *погонными величинами*:

погонное сопротивление $R' = dR/dz$;
 погонная индуктивность $L' = dL/dz$;
 погонная утечка $G' = dG/dz$;
 погонная емкость $C' = dC/dz$.

Эти четыре погонные величины полностью определяют электрические характеристики проводника, и если они постоянны вдоль всей длины проводника, то его называют *однородным*.

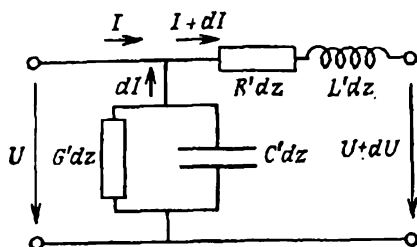


Рис. 5.15. Эквивалентная электрическая схема бесконечно малого участка двухпроводной линии.

Уравнения для двухпроводной линии можно легко получить с помощью эквивалентной электрической схемы для участка длиной dz (рис. 5.15):

$$dI = (\partial I / \partial z) dz = -UG'dz - C'dz (\partial U / \partial t),$$

$$dU = (\partial U / \partial z) dz = -IR'dz - L'dz (\partial I / \partial t)$$

или

$$(-\partial I / \partial z) = UG' + C' (\partial U / \partial t), \quad (5.38)$$

$$(-\partial U / \partial z) = IR' + L' (\partial I / \partial t), \quad (5.39)$$

Если продифференцировать первое уравнение по t , второе по z , а затем подставить уравнение для напряжения, то получим

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = L'C' \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + (R'C' + G'L') \frac{\partial U}{\partial t} + R'G'U. \quad (5.40)$$

Выражение (5.40) часто называют *телеграфным уравнением*. Соответствующее выражение для тока имеет точно такой же вид, только вместо U в нем стоит I [5.7, 5.10].

5.4.3. Передаточные характеристики электрических линий

5.4.3.1. СТАТИЧЕСКИЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПЕРЕДАЧИ

Если $\partial/\partial t = 0$ и $\partial^2/\partial t^2 = 0$, то

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = R'G'U \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = R'G'I. \quad (5.41)$$

В этом случае напряжение и ток полностью определяются омическими и диэлектрическими потерями вдоль проводника. Решения дифференциальных уравнений (5.41) имеют вид

$$U = U_1 e^{-\lambda z} + U_2 e^{\lambda z} \quad \text{и} \quad I = I_1 e^{-\lambda z} + I_2 e^{\lambda z},$$

где $\lambda = \sqrt{R'G'}$, а постоянные U_1 , U_2 , I_1 и I_2 определяются из граничных условий, а также из уравнений (5.38) и (5.39). Если напряжение в начальной точке ($z = 0$) равно U_e , а сопротивление R_a , то мы получим статический коэффициент передачи K для проводника длиной l :

$$K = U_a/U_e = 1/[\text{ch}(\sqrt{R'G'}l) + (\sqrt{R'}/R_a\sqrt{G'}) + \text{sh}(\sqrt{R'G'}l)]. \quad (5.42)$$

Погонное сопротивление вычисляют как омическое сопротивление внутреннего и внешнего проводника на единицу длины. Для типичного кабеля оно составляет $R' = 2 \cdot 10^{-3}$ Ом/м. Погонная утечка из-за высокого сопротивления диэлектрика крайне мала. Она составляет по порядку величины $G' \approx 10^{-9}$ Ом $^{-1}$ м $^{-1}$. Тогда при $\sqrt{R'G'} \ll 1$ выражение (5.42) переходит в

$$K = \frac{R_a}{R_a + R'l}. \quad (5.43)$$

Иным словами, в большинстве практически важных случаев $K \approx 1$.

5.4.3.2. СВОЙСТВА ПРОВОДНИКА, ПОТЕРЯМИ В КОТОРОМ МОЖНО ПРЕНЕБРЕЧЬ

Динамические передаточные свойства проводника можно получить, пользуясь полным телеграфным уравнением. На практике обычно стремятся к тому,

чтобы потерями в проводниках и линиях связи можно было пренебречь. Поэтому случай проводника с пренебрежимо малыми потерями особенно важен. Положим вначале

$$R' = 0 \text{ и } G' = 0 \quad (5.44)$$

и получим для такого идеального проводника выражения

$$\partial^2 U / \partial z^2 = L' C' (\partial^2 U / \partial t^2), \quad (5.45)$$

$$\partial^2 I / \partial z^2 = L' C' (\partial^2 I / \partial t^2). \quad (5.46)$$

Ток и напряжение подчиняются волновому уравнению: волны тока и напряжения перемещаются вдоль проводника, не затухая, с фазовой скоростью

$$v = \frac{1}{\sqrt{L' C'}}. \quad (5.47)$$

Если в начале бесконечно длинного проводника ($z = 0$) подключен источник напряжения

$$U_e(t) = U_{e0}(\omega) e^{i\omega t}, \quad (5.48)$$

то волна напряжения, движущаяся в прямом направлении, описывается выражением

$$U(z, t) = U_{e0}(\omega) e^{i(\omega t - \beta z)}. \quad (5.49)$$

Величину $\beta = \omega/v$ называют фазовой постоянной распространения. Для тока верно соотношение

$$I(z, t) = I_{e0}(\omega) e^{i(\omega t - \beta z - \phi)}. \quad (5.50)$$

В этом выражении появляется еще и сдвиг по фазе ϕ . Уравнение (5.38) связывает обе эти величины. Если подставить в него решения (5.49) и (5.50), то получим

$$\phi = 0. \quad (5.51)$$

Иными словами, ток и напряжение изменяются синфазно:

$$U(z, t) / I(z, t) = \sqrt{L' / C'} = Z_0. \quad (5.52)$$

Для волны, распространяющейся в прямом направлении, отношение напряжения и тока постоянно и действительно в каждой точке проводника. Это

отношение Z_0 называют *волновым сопротивлением проводника*, потерями в котором можно пренебречь. Таким образом, входное сопротивление бесконечно длинного проводника равно волновому сопротивлению.

На самом деле каждый проводник имеет конечную длину l и подсоединен к полному сопротивлению Z_a . Z_a — это сопротивление произвольного резистора или целой цепи различных элементов. На практике в результате этого волна, распространяющаяся в прямом направлении по проводнику, частично отражается с некоторым сдвигом по фазе ϕ . Определим комплексный коэффициент отражения

$$r = |r| e^{i\phi} \quad (5.53)$$

как отношение напряжений отраженной и падающей волн на выходном полном сопротивлении Z_a . Общие решения волновых уравнений (5.45) и (5.46) имеют вид

$$U = U_1 e^{i(\omega t - \beta z)} + U_2 e^{i(\omega t + \beta z)}, \quad (5.54)$$

$$I = I_1 e^{i(\omega t - \beta z)} + I_2 e^{i(\omega t + \beta z)}. \quad (5.55)$$

Выражения для четырех комплексных постоянных интегрирования U_1 , U_2 , I_1 и I_2 падающей и отраженной волн в этом случае можно получить с помощью уравнений (5.38), (5.48) и (5.53). Тогда получим

$$U(z, t) = U_{e0}(\omega) [e^{i(\omega t - \beta z)} + r e^{i(\omega t + \beta z - 2\beta l)}], \quad (5.56)$$

$$I(z, t) = [U_{e0}(\omega)/Z_0] [e^{i(\omega t - \beta z)} - r e^{i(\omega t + \beta z - 2\beta l)}]. \quad (5.57)$$

Фаза $(-2\beta l)$ отраженной волны определяется конечным временем пробега волны от конца проводника к точке z . Соотношение

$$U_a(t) = U(l, t) = Z_a \cdot I(l, t) \quad (5.58)$$

вместе с уравнениями (5.56) и (5.57) позволяет вычислить коэффициент отражения

$$r = (Z_a - Z_0)/(Z_a + Z_0). \quad (5.59)$$

Это выражение справедливо и для проводников, потерями в которых нельзя пренебречь ($R' \neq 0$, $G' \neq 0$), если полное сопротивление является комплексной величиной [см. уравнение (5.64)].

Для передачи сигналов наиболее важен случай, когда выходное полное сопротивление в точности равно волновому сопротивлению: $Z_a = Z_0$. В этом случае коэффициент отражения $r = 0$ и отраженная волна не возникает. При этом входной сигнал без изменений передается на выход линии. Возникает лишь запаздывание по времени

$$t_l = l/v = l\sqrt{L'C'}. \quad (5.60)$$

Выходной сигнал полностью поглощается в сопротивлении Z_a . В этом случае говорят о том, что линия согласована (настроена).

В режиме короткого замыкания при $Z_a = 0$ величина коэффициента отражения $r = -1$. Иными словами, волна напряжения полностью отражается с неизменной амплитудой, но со сдвигом по фазе на 180° . Если же проводник присоединен к очень большому сопротивлению (режим холостого хода), то $r = 1$. В этом случае волна напряжения полностью отражается с неизменной фазой. Происходит сложение волн:

$$U_a(t) = 2U_{e0}(\omega) e^{i(\omega t - \beta l)}. \quad (5.61)$$

При этом на выходном сопротивлении возникает удвоенное напряжение. Для токов получаются противоположные соотношения [в соответствии с (5.57)].

Если линия не согласована, то следует учитывать и полное сопротивление генератора, подключенного ко входу линии. Более подробное описание этого случая можно найти в литературе [5.7, 5.10].

Теперь мы можем понять, почему искажается форма сигналов на рис. 5.12. Если линия согласована (а), на экране осциллографа возникает правильный сигнал, повторяющий форму сигнала на выходе диода. Подсоединение проводника к высокоомному входу осциллографа (б) приводит к тому, что сигнал отражается со сдвигом по фазе; отражение повторяется на другом конце кабеля, поскольку фотодиод является генератором с высоким внутренним сопротивлением. В этом случае на выходе появляется повторный сигнал, запаздывающий по отношению к исходному на двойное время пробега сигнала вдоль кабеля. Длина кабеля и время запаздывания позволяют определить

скорость распространения волн вдоль линии. Она составляет примерно 20 см/нс (иными словами, 2/3 скорости света в вакууме c). Это значение характерно для большинства высокочастотных кабелей. Когда длина кабеля составляет 1 м (a), продолжительность импульса тока в диоде превышает удвоенное время пробега вдоль кабеля. Это приводит к дополнительной модуляции сигнала. Нетрудно определить характеристики короткого несогласованного куска кабеля: он ведет себя как конденсатор с емкостью C/l (примерно 100 пФ), через который проходит импульс тока от фотодиода. Этот конденсатор разряжается с соответствующими постоянными времени через входное сопротивление осциллографа и внутреннее сопротивление диода. Следует, конечно же, учитывать емкость диода и входного усилителя. Наблюдаемая постоянная времени порядка 10^{-4} с хорошо согласуется с такой оценкой.

5.4.3.3. СВОЙСТВА ПРОВОДНИКА, ПОТЕРЯМИ В КОТОРОМ НЕЛЬЗЯ ПРЕНЕБРЕЧЬ

Учет потерь в проводнике ($R' \neq 0$; $G' \neq 0$) приводит, естественно, к затуханию волн. В этом случае волна напряжения, перемещающаяся в прямом направлении, имеет вид

$$U(z, t) = U_{e0}(\omega) e^{i\omega t} e^{-\gamma z}. \quad (5.62)$$

Этому выражению соответствует решение телеграфного уравнения (5.40)

$$\gamma = \sqrt{(R' + i\omega L')(G' + i\omega C')} = \alpha + i\beta. \quad (5.63)$$

Здесь γ — коэффициент распространения, α — коэффициент затухания. Такое же выражение справедливо и для тока. Как и прежде, подставим решения для тока и напряжения в (5.38) и получим волновое сопротивление Z , равное отношению напряжения и тока:

$$Z = \sqrt{(R' + i\omega L')/(G' + i\omega C')}. \quad (5.64)$$

Теперь волновое сопротивление — комплексная величина, которая к тому же зависит от частоты. Если рассмотреть волну, отраженную от конца проводника,

то получим выражение для коэффициента отражения. Он имеет такой же вид, как и для проводника, потерями в котором можно пренебречь (5.59).

В проводниках, которые используют в измерениях и при передаче сигналов, потери обычно малы:

$$R' \ll \omega L' \quad \text{и} \quad G' \ll \omega C'. \quad (5.65)$$

При высоких частотах эти соотношения выполняются почти всегда. В этом случае волновое сопротивление становится действительным ($Z = Z_0$), коэффициент распространения γ можно вычислить, вынося за скобки $\omega \sqrt{L'C'}$, а для фазового коэффициента распространения и коэффициента затухания справедливы приближенные формулы

$$\beta = \omega \sqrt{L'C'}, \quad (5.66)$$

$$\alpha \approx \frac{R'}{2} \sqrt{\frac{C'}{L'}} + \frac{G'}{2} \sqrt{\frac{L'}{C'}} \approx \frac{1}{2} \left[\frac{R'}{Z} + G' Z_0 \right]. \quad (5.67)$$

Из (5.66) видно, что в этом случае сигналы распространяются с такой же скоростью $v = \omega/\beta = 1/\sqrt{L'C'}$, как и в проводнике, потерями в котором можно пренебречь. В первом приближении эта скорость не зависит от частоты, поскольку от частоты не зависят и значения погонных индуктивности и емкости. Значения погонной емкости и индуктивности можно рассчитать, зная геометрические характеристики и физические свойства коаксиального кабеля [5.10]:

$$C' = 2\pi\epsilon_r\epsilon_0/\ln(D/d) = 55,6\epsilon_r/\ln(D/d) \quad \text{пФ/м}, \quad (5.68)$$

$$L' = (1/2\pi)\mu_r\mu_0 \ln(D/d) = 200\mu_r \ln(D/d) \quad \text{нГн/м}. \quad (5.69)$$

Здесь ϵ_0 — электрическая постоянная; ϵ_r — относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика; μ_0 — магнитная постоянная; μ_r — относительная магнитная проницаемость диэлектрика; d — диаметр внутреннего проводника; D — внутренний диаметр внешнего проводника. При $\mu_r = 1$ волновое сопротивление составит

$$Z_0 = \sqrt{L'/C'} = 59,96 (1/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(D/d) \quad \text{Ом}, \quad (5.70)$$

а фазовая скорость будет равна

$$v = 1/\sqrt{L'C'} = 1/\sqrt{\epsilon_r\epsilon_0\mu_r\mu_0} \approx c/\sqrt{\epsilon_r}. \quad (5.71)$$

В этом приближении фазовая скорость волн в коаксиальном кабеле практически полностью определяется диэлектрической проницаемостью материала между двумя проводниками. Во многих высокочастотных кабелях для изоляции используют полиэтилен, диэлектрическая проницаемость которого ϵ_r равна 2,28. В этом случае ясно, что фазовая скорость волн составляет примерно 2/3 скорости света в вакууме c . Волновое сопротивление обычных коаксиальных кабелей обычно составляет 50 и 75 Ом. Используются также кабели с сопротивлением 60, 95 и 120 Ом.

Коэффициент затухания определяется путем сложения омических и диэлектрических потерь в проводнике, которые по-разному зависят от частоты. Так, при высоких частотах имеем

$$R' \sim \sqrt{\omega} \text{ и } G' \sim \omega. \quad (5.72)$$

Рост омических потерь ограничивается при увеличении частоты тем, что при высоких частотах ток вытесняется во внешние слои проводника (так называемый скин-эффект). Поэтому при очень высоких частотах преобладают диэлектрические потери.

Передаточные свойства проводника длиной l , который соединен с волновым сопротивлением Z_0 , можно легко описать с помощью комплексной частотной характеристики $H(\omega)$. [В технике связи характеристику $H(\omega)$ обычно называют передаточной функцией.] Из уравнений (5.62) и (5.63) получаем

$$\begin{aligned} H(\omega) &= U_a(t)/U_e(t) = U(l, t)/U(0, t) = e^{-\alpha l} e^{-i\beta l} = \\ &= |H(\omega)| e^{i\phi}. \end{aligned} \quad (5.73)$$

Фаза $\phi = -\beta l = -\omega t_i$ определяется только временем пробега волн t_i , а амплитудная характеристика $|H(\omega)|$ — коэффициентом затухания α и длиной проводника l . Коэффициенты затухания можно найти в справочниках. Умножая найденное значение на длину проводника l , можно получить логарифм амплитудной характеристики

$$\alpha(\omega) = (-1/l) \ln |H(\omega)| = (1/l) \ln (|U_e|/|U_a|) \quad (5.74)$$

или

$$\lg |H(\omega)| = -0,434\alpha(\omega) l. \quad (5.75)$$

Хотя отношение амплитуд является безразмерной величиной, для измерения логарифма этого отношения обычно пользуются «размерноподобной» единицей измерения [2.3]: логарифм отношения двух напряжений или токов измеряют в **неперах** (Нп). Таким образом, $\alpha(\omega)$ измеряется в единицах Нп/м:

$$\alpha(\omega) = (1/\{l\}) \ln(|U_e|/|U_a|), \text{ Нп/м.} \quad (5.76)$$

Здесь $\{l\}$ — численное значение длины проводника в метрах). Для измерения десятичных логарифмов

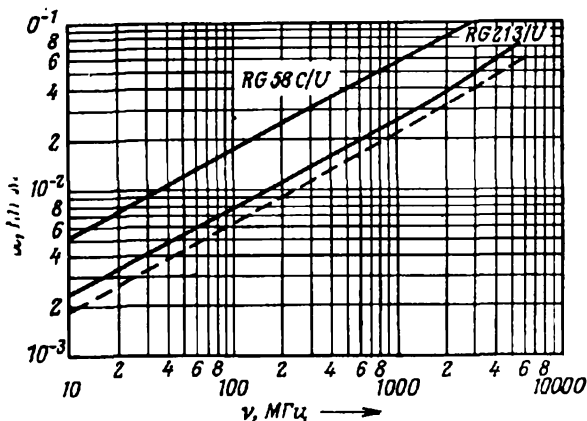


Рис. 5.16. Зависимость коэффициентов затухания α от частоты для коаксиальных кабелей RG58C/U и RG213/U. Штриховой линией показана частотная зависимость коэффициента затухания для кабеля RG213/U, в котором в качестве изоляции используется вспененный полиэтилен.

отношения мощностей сигналов была первоначально внедрена величина **бел** (Б). Однако на практике эту единицу стали использовать и для напряжений или токов. В этом случае обычно используют десятую часть единицы — **децибел** (дБ). Коэффициенты затухания, выраженные в Нп/м, можно перевести в децибелы, пользуясь соотношением

$$1 \text{ Нп/м} = 8,686 \text{ дБ/м.} \quad (5.77)$$

На рис. 5.16 приведена зависимость коэффициента затухания от частоты ν для двух коаксиальных кабелей, широко применяемых в измерительной технике.

С помощью этих кривых можно определить верхнюю граничную частоту ω_g , при которой отношение амплитуд выходного и входного сигналов падает до $1/\sqrt{2}$. Из (5.74) получаем

$$\alpha(\omega_g) = \frac{0,347}{\{l\}} \text{ Нп/м} = \frac{3,010}{\{l\}} \text{ дБ/м.} \quad (5.78)$$

Для примера, приведенного на рис. 5.13, коэффициенты затухания равны $\alpha(\omega_g) = 0,0315$ Нп/м (б) и $\alpha(\omega_g) = 4,39 \cdot 10^{-3}$ Нп/м (в). Граничные частоты составляют соответственно $\nu_g \sim 310$ МГц (б) и $\nu_g \sim \sim 7$ МГц (в). Понятно, почему происходит такое сильное ослабление сигнала. Из рис. 5.16 видно, что если воспользоваться кабелем RG 213/U, то передача сигнала улучшится: при тех же длинах кабеля соответствующие граничные частоты составят $\nu_g \sim \sim 1450$ МГц (б) и $\nu_g \sim 33$ МГц (в).

5.5. Передача сигналов по световодам

5.5.1. Принцип действия оптических передающих систем

Передача света по стеклянным волокнам хорошо известна и давно используется для различных целей. Но только появление в начале 70-х годов волокон с чрезвычайно малым затуханием света привело к бурному развитию оптических передающих систем, которые резко изменили технику связи [5.2, 5.4, 5.8]¹⁾.

Оптическая передающая система состоит из трех основных элементов (рис. 5.17): 1) передатчика (лазера или светодиода, который преобразует электрический ток в световое излучение), 2) диэлектрического световода (стеклянного волокна) и 3) приемника (фотодиода), который вновь преобразует световой сигнал в электрический. Передатчик и приемник служат здесь электрооптическим и оптоэлектрическим преобразователями. Таким образом, для передачи сигнала в световой форме необходимы два дополнительных устройства в отличие от передачи по коаксиальному кабелю. Поэтому возникает вопрос, обла-

¹⁾ См. также [5.11*—5.13*]. — *Прим. перев.*

дают ли оптические передающие системы **преимуществами**, которые компенсируют их сложность.

Оптические системы действительно обладают по меньшей мере одним очень важным свойством: они не приводят к связи по току и напряжению между передатчиком и приемником сигнала. Отпадают трудности, связанные с заземляющим контуром: передатчик или приемник могут одновременно находиться под высоким потенциалом, а кабель со световодами нечувствителен к электромагнитным помехам. Другие преимущества и недостатки такого рода систем станут очевидны, когда мы подробно рассмотрим их передаточные характеристики.

5.5.2. Передаточные свойства световода

Оптический волновод состоит из диэлектрического волокна (сердцевины) с коэффициентом преломления n_K , который превышает коэффициент преломления n_M оболочки. Если световое излучение падает на внутреннюю поверхность оболочки под углом γ , который больше угла полного внутреннего отражения γ_G :

$$\gamma_G = \arcsin(n_M/n_K), \quad (5.79)$$

то оно полностью отразится от оболочки и будет распространяться в стеклянном волокне, даже если волокно изогнуто (рис. 5.18). При этом угол падения света на входе в световод θ не должен превышать определенного предельного значения θ_A . Зная это, можно получить из (5.79)

$$n_0 \sin \theta_A = n_K \cos \gamma_G = \sqrt{n_K^2 - n_M^2} = A_N. \quad (5.80)$$

Величину A_N называют *численной апертурой* волокна. Она определяет максимальный угол при вершине светового конуса, воспринимаемого световодом. Численная апертура характеризует коэффициент связи между источником света и световодом.

Лучи света, попавшие в световод под разными углами (от 0 до θ_A), распространяются по сердцевине волокна под различными углами к его оси. Поэтому они проходят по зигзагообразной траектории пути различной длины. Это в свою очередь приводит к разным временам пробега вдоль световода и к уширению

коротких световых импульсов во время их прохождения по стеклянному волокну.

Более точное физическое описание передачи световых сигналов по световодам должно учитывать волновую природу света: световые волны могут ин-

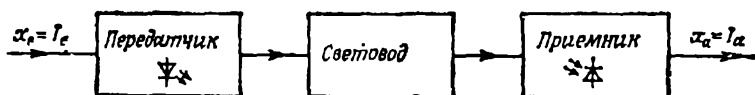


Рис. 5.17. Принципиальная схема оптической передающей системы.

терферировать друг с другом в световоде. В результате свет может распространяться по волокну только под некоторыми определенными углами к оси. Принято говорить, что по световоду могут распространяться лишь некоторые моды. Допустимые моды можно получить, решая электромагнитные волновые уравнения

$$\Delta \mathbf{E} = (n^2/c^2) (\partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2) \quad \text{и} \quad \Delta \mathbf{H} = (n^2/c^2) (\partial^2 \mathbf{H} / \partial t^2) \quad (5.81)$$

с учетом граничных условий для данного световода. Здесь n — локальный коэффициент преломления. Общее число N мод, которые могут распространяться в световоде со ступенчатым профилем (рис. 5.18), во-

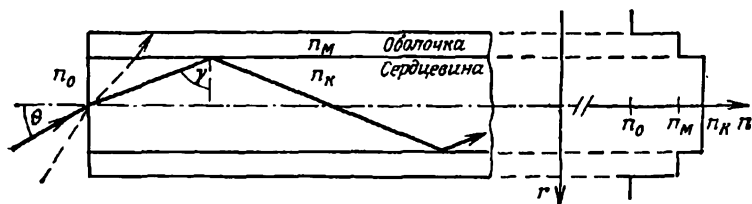


Рис. 5.18. Принципиальная схема световода со ступенчатым профилем.

обще говоря, очень велико, поскольку диаметр сердцевины световода d велик по сравнению с длиной волны света λ . Величина N приближенно получается [5.2] по формуле

$$N = (\pi^2/2) (d/\lambda)^2 (n_K^2 - n_M^2). \quad (5.82)$$

Очевидно, что поскольку свет разных мод распространяется под разными углами к оси волокна, то у этих мод различна и скорость распространения вдоль световода. В этом случае говорят о *дисперсии мод*. Она тоже приводит к определенному уширению светового импульса, которое уменьшается в так называемых *одномодовых волокнах*: в них диаметр

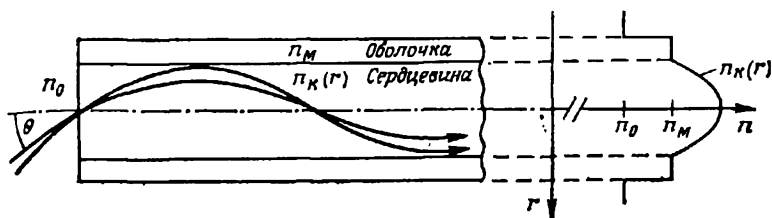


Рис. 5.19. Ход лучей и распределение коэффициента преломления в многомодовом оптическом волокне с градиентным профилем.

сердечника выбран таким малым, что может распространяться только одна мода:

$$d \leq 0,76\lambda / \sqrt{n_K^2 - n_M^2}. \quad (5.83)$$

К сожалению, малый диаметр волокон приводит к трудностям при соединении световодов с источником и приемником, а также друг с другом.

Пренебрежимо малой дисперсией мод при большом диаметре сердцевин обладают так называемые *волокна с градиентным профилем*. Если коэффициент преломления изменяется в поперечном сечении волокна по параболическому закону (рис. 5.19), то времена пробега всех мод по такому волокну практически одинаковы, а пучки света распространяются не по зигзагообразной, а по гладкой траектории. В таких волокнах максимальное значение входного угла θ_d зависит от радиуса r , поскольку коэффициент преломления непостоянен. Значение n максимально на оси волокна, а на границе между сердцевинной и оболочкой оно падает до нуля (см. (5.80)).

Уширение импульса наблюдается и в одномодовых волокнах из-за *дисперсии, связанной со свойствами материалов*. Коэффициент преломления n_K материа-

ла, из которого изготовлен световод, зависит от длины волны, а поскольку источник света, который подсоединен к световоду, немонохроматичен, то из-за различия n_k разность времен пробега возникает даже в одномодовом световоде. Особенно удобна область спектра вблизи 1,3 мкм, где дисперсия n_k кварцевого стекла минимальна и можно без проблем использовать источник света с широкой спектральной эмиссионной полосой. Точное положение минимума дисперсии n_k зависит от добавок, вводимых в стекло. В волокнах с градиентным профилем разброс времен пробега вызван остаточной дисперсией мод, а в одномодовых волокнах возникает дополнительный источник дисперсии. Дополнительная дисперсия появляется из-за того, что фазовый коэффициент распространения β для световода зависит от частоты. Эта зависимость определяется структурой световода. Такую дисперсию называют *волноводной*. Ее, как и дисперсию, определяемую свойствами материала, можно скомпенсировать, если правильно выбрать диаметр сердцевины волокна и разность коэффициентов преломления (так называемая нулевая дисперсия) [5.4], поэтому компенсированные волноводы обладают очень широкой полосой пропускания. Так, например, в одномодовых волокнах длиной 1 км ширина отклика на единичную импульсную контрольную функцию может быть ниже 10 пс.

Все три дисперсионных эффекта, описанные выше, приводят к уширению единичного импульса, которое пропорционально пути L , проходимому светом в световоде. В реальных многомодовых волокнах отдельные моды взаимодействуют друг с другом. Это приводит к тому, что, начиная с некоторой *критической длины световода* L_c , уширение возрастает не только пропорционально L , но еще и пропорционально \sqrt{L} . Взаимодействие между модами приводит к тому, что независимо от распределения энергии по модам на входе волокна на его выходе (если длина превышает L_c) энергия света распределена по всем допустимым модам и описывается некоторым стационарным распределением мощности по модам.

Другим важным параметром световодов является *затухание* света. Оно характеризуется уменьшением

мощности светового излучения P . В многомодовых волокнах каждая мода имеет свой коэффициент затухания. Поэтому удобно описывать затухание с помощью упомянутого стационарного распределения света по модам. Мощность света в волокне экспоненциально падает с увеличением длины L :

$$P(L) = P(0) e^{-\alpha L}. \quad (5.84)$$

Удобно, однако, пользоваться этой формулой в виде

$$P(L) = P(0) 10^{-\alpha' L/10}. \quad (5.85)$$

На практике коэффициент затухания обычно измеряют в дБ/м (децибел/метр):

$$\alpha' = \frac{10}{\{L\}} \lg \frac{P(0)}{P(L)} \text{ дБ/м}. \quad (5.86)$$

(В волокне с затуханием $\alpha' L = 3$ дБ теряется 50 % мощности излучения.)

Затухание излучения вызвано тремя основными причинами [5.4]:

- а) поглощением;
- б) рассеянием в материале;
- в) потерями излучения.

Потери на поглощение возникают за счет возбуждения электронов в примесях и молекулярных колебаний ионов OH^- , которые пока не удается полностью устранить при изготовлении волокон. Потери на рассеяние в принципе неизбежны. Основной вклад в эти потери вносит рэлеевское рассеяние на флуктуациях плотности материала волокон, размер которых мал по сравнению с длиной волны. Эти потери уменьшаются пропорционально $1/\lambda^4$ и определяют минимально возможный уровень потерь в стекле. Потери на излучение возникают на неоднородностях в волноводе, а также на изгибах и микротрещинах.

На рис. 5.20 показана зависимость затухания света в слабелегированном кварцевом волокне от длины волны λ . Штриховая линия схематически показывает спектральную зависимость потерь на рэлеевское рассеяние. Хорошо видно, что область длин волн вблизи 1,37 мкм не подходит для передачи оптических сигналов из-за сильного поглощения на OH^- . Вблизи 1,3 мкм дисперсия, вызванная свойствами материала,

достигает минимума при небольшом ослаблении сигнала. И потому эта область особенно удобна для передачи оптических сигналов. Наиболее низкие коэффициенты ослабления наблюдаются вблизи 1,55 мкм; около $\alpha' \approx 0,2$ дБ/км. Однако применяемые сегодня источники и приемники света работают в основном в интервале длин волн от 0,75 до 0,9 мкм.

Передаточные характеристики световода можно охарактеризовать с помощью весовой функции (функ-

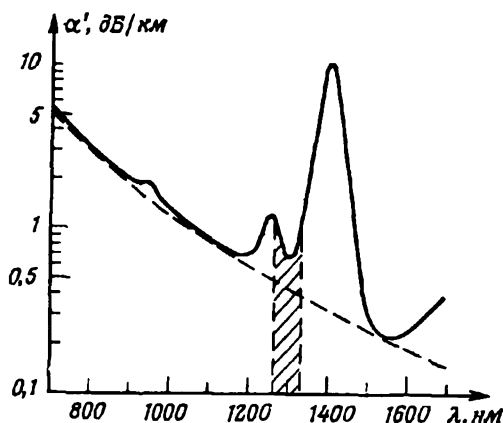


Рис. 5.20. Зависимость коэффициента ослабления слаболегированного кварцевого волокна от длины волны света. В заштрихованной области спектра дисперсия, связанная со свойствами материала, минимальна.

ции отклика на единичный импульс) или с помощью комплексной частотной характеристики. В первом случае по волокну пропускают короткий лазерный импульс (продолжительностью менее 0,1 нс) и определяют функцию отклика на другом конце волокна. Затем по выражению (5.13) определяют функцию $H(s)$, а с помощью обратного преобразования Лапласа — отклик на единичную импульсную функцию $g_a(t)$. При этом следует учитывать, что распределение мощности по модам в световоде должно быть как можно ближе к стационарному.

Для прямого измерения комплексной частотной характеристики $H(\omega)$ (см. разд. 5.2.2.2) световое излучение передатчика модулируется синусоидальным сиг-

налом определенной частоты. При этом частота модуляции меняется от наименьшего до наибольшего значения в интересующем нас интервале. Опыты такого рода показали, что комплексная частотная характеристика большинства световодов близка к характеристике гауссова фильтра нижних частот. Граничная частота ω_g соответствует уменьшению $H(\omega)$ вдвое [$H(\omega_g) = (1/2)H(0)$]. Область частот от 0 до ω_g называют полосой пропускания оптического волокна.

5.5.3. Источники и детекторы светового излучения

Общие характеристики оптической передающей системы определяются не только световодами, но и источником, и приемником света, соединительными элементами и контактами. В качестве источника света обычно используют светодиоды и лазерные диоды. Эти приборы имеют небольшие размеры, и их можно легко подсоединить к световодам.

Основой светодиода является *pn*-переход. Если он включен в прямом направлении, то электроны из *n*-области и дырки из *p*-области попадают в переходную зону, где они рекомбинируют. При этом испускаются кванты света. Светодиод обладает очень важным преимуществом: скорость рекомбинации, а значит, и число возникающих квантов света пропорциональны количеству пар носителей заряда, попадающих в активную зону, а следовательно, прямо пропорциональны току через диод. Таким образом, испускание света можно легко модулировать с помощью тока, текущего через диод. На рис. 5.21 схематически показана зависимость мощности светового излучения от тока для светодиода. Вид такой характеристики зависит от температуры [5.4]. Поэтому в оптических передающих системах, где источником света служит светодиод, необходимо хорошо стабилизировать температуру.

Длина волны испускаемого света зависит от расстояния между валентной зоной и зоной проводимости светодиода. Энергии электронов и дырок в зоне проводимости и валентной зоне могут различаться, поэтому длина волны излучения определена не очень точно. Спектральная полуширина линии составляет для светодиодов в области $\lambda = 800\text{—}900$ нм примерно

$\Delta\lambda = 40-60$ нм. Светодиоды обычно изготавливают из арсенида галлия (GaAs) или арсенида галлия-алюминия (GaAlAs). В интервале длин волн около 1,3 и 1,55 мкм используют соединение GaInAsP: нужная длина волны достигается изменением состава этого материала.

Поскольку процессы рекомбинации происходят самопроизвольно, излучение светодиода является некогерентным. Яркость излучения почти не зависит от

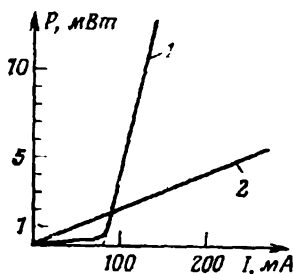


Рис. 5.21. P/I -характеристика светодиода (1) и лазерного диода (2).

направления, и светодиод близок по свойствам к излучателю Ламберта. Время нарастания импульса света ограничено временем жизни носителей заряда в активной зоне (обычно от 1 до 10 нс), и поэтому частоты модуляции светодиодов не превышают 50—100 МГц (и лишь в отдельных случаях достигают 1 ГГц [5.4]).

Расширить область частот модуляции до гигагерц позволяют лазерные диоды. Они изготавливаются из тех же материалов, что и светодиоды, но имеют существенное отличие: плоские поверхности диодного кристалла, расположенные перпендикулярно его активной зоне, служат в качестве плоскопараллельных зеркал, образующих оптический резонатор (резонатор Фабри — Перо). Активная зона таких диодов выполняется очень тонкой, и поэтому, как и в светодиодах, в ней могут существовать только некоторые моды с определенной частотой. В излучении этих мод сосредоточивается большая энергия. При инверсии населенности *вынужденное излучение* преобладает над поглощением и кванты света испускаются с *определенной фазой*: активная зона служит усилителем света. Когда усиление света становится настолько большим, что оно компенсирует потери света в резонаторе, прибор переходит в лазерный режим генерации. Через полупрозрачное зеркало испускается когерентное излучение с определенными параметрами. На рис. 5.21 показана типичная P/I -характеристика ла-

зерного диода. Ниже порогового значения тока I_s мощность света на выходе лазерного диода мала, а само излучение некогерентно. Выше I_s мощность растет прямо пропорционально току через диод. Мощность излучения у лазерного диода зависит от температуры существенно сильнее, чем у светодиода, поскольку к температурной зависимости наклона характеристики добавляется еще и сильная температурная зависимость порогового тока $I_s(T)$.

В общем случае спектр лазерного излучения состоит из нескольких узких эмиссионных линий, которые соответствуют различным частотам мод, усиливаемых в резонаторе. Очень узкое пространственное распределение излучения и пониженный эффективный коэффициент преломления приводят к тому, что при подключении лазерного диода к световоду в нем возбуждается только продольная мода излучения. При спектральной ширине линии менее 0,01 нм можно пренебречь дисперсией, которая определяется свойствами материала.

В качестве детекторов светового излучения, подключаемых к противоположному концу световода, в основном используют полупроводниковые фотодиоды. За счет внутреннего фотоэффекта оптический сигнал преобразуется в них в электрический. Используют простые *pn*-диоды, *pin*-диоды и лавинные фотодиоды. Устройство этих приборов подробно обсуждается в разд. 7.5.2. Частотная характеристика определяется не только диффузионными процессами и временами жизни носителей заряда в диодах, но и характеристиками внешнего нагрузочного контура. Верхние граничные частоты лежат в области нескольких гигагерц, причем широко доступны диоды с предельной частотой около 7 ГГц.

*К успеху нельзя подняться
на лифте: нужно идти пешком
по ступенькам.*

Эмиль Ози

6. Естественные пределы измерений

6.1. Возможности наших органов чувств

Развитие техники измерений позволяет таким образом построить процесс измерения и создать такие измерительные установки, что они все меньше ограничены возможностями человеческих органов чувств. Сегодня мы очень редко используем слух для субъективных измерений в акустике. В то же время зрение по-прежнему позволяет нам считывать показания аналоговых приборов и выполнять целый ряд оптических наблюдений [6.18].

Человеческий глаз пока превосходит по чувствительности многие другие оптические детекторы (гл. 7). Наиболее велика чувствительность у глаза, адаптированного к темноте (для этого наблюдатель должен побыть в темном помещении по меньшей мере 30 мин). Максимальная чувствительность глаза приходится на длину волны 507 нм. Минимальная порция энергии, которую воспринимает глаз при этой длине волны, равна $2 \cdot 10^{-18}$ Дж. Это соответствует примерно пяти квантам света, которые должны попасть на одно и то же место сетчатки за одну миллисекунду. Эквивалентный по чувствительности фотокатод должен обладать квантовым выходом около 20 %. Столь высокий квантовый выход имеют только самые лучшие приборы.

Относительная спектральная чувствительность глаза, а значит, и световое ощущение, возникающее при одном и том же излучении, сильно различаются у разных людей. Величина относительной спектральной чувствительности зависит и от силы света. Поэтому был принят международный стандарт, который определяет идеализированную кривую спектральной чувствительности для усредненного наблюдателя. Эта

кривая спектральной чувствительности $V(\lambda)$ стандартизована для зрения, адаптированного к темноте и к свету [2.3].

Обе функции $V(\lambda)$ нормированы в максимуме на 1. Они приведены на рис. 6.1. Для дневного зрения этот максимум приходится на длину волны примерно $\lambda = 555$ нм. Для глаза, привыкшего к темноте, спектральная кривая чувствительности смещена в сторону

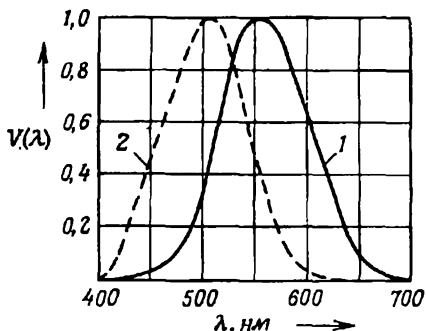


Рис. 6.1. Спектральная чувствительность $V(\lambda)$ человеческого глаза, адаптированного к свету (1) и темноте (2).

более коротких длин волн, а ее форма немного отличается от кривой $V(\lambda)$ для дневного зрения¹⁾.

Наименьший угол зрения, под которым можно уверенно наблюдать мелкие объекты при хорошем контрасте изображения, зависит от структуры сетчатки глаза и составляет примерно $1' = 2,9 \cdot 10^{-4}$ рад.

6.2. Принцип неопределенности Гейзенберга

Принцип неопределенности, сформулированный Гейзенбергом в 1927 г., налагает фундаментальные ограничения на предельную точность, с которой можно определить динамические переменные микроскопической системы. Утверждается, что отдельная величина может быть определена в принципе с любой степенью точности, однако две величины,

¹⁾ Различие кривых спектральной чувствительности глаза объясняется тем, что на сетчатке есть два типа светочувствительных клеток — так называемые палочки и колбочки. — *Прим. перев.*

квантовомеханические операторы которых не коммутируют, нельзя *одновременно* определить сколь угодно точно. Это ограничение имеет принципиальный характер. Его причины подробно обсуждаются в соответствующих учебниках квантовой механики (см., например, [6.4, 6.15]).

При измерениях в микроскопических масштабах даже самая совершенная и точная аппаратура будет давать результаты, которые принципиально имеют статистическую природу. Повторение измерений в одних и тех же условиях будет давать разные значения измеряемой величины. Каждое значение будет появляться с той или иной вероятностью, зависящей от способа измерения (разд. 4.2.2). Сам процесс измерения возмущает физическую систему таким образом, что *одновременно* определить две сопряженные переменные можно лишь с конечной точностью, которая задается соответствующим соотношением неопределенностей.

Мерой разброса результатов измерений является среднеквадратичное отклонение σ получаемого распределения [см. уравнение (4.9)]. В таком контексте эту величину называют «неопределенностью Δ ». Таким образом, неопределенность координаты равна

$$\Delta x = \sigma_x. \quad (6.1)$$

Соотношение неопределенностей для координаты и сопряженной ей переменной — компоненты импульса p_x — имеет вид

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2. \quad (6.2)$$

Легко сообразить, что поскольку постоянная Планка $\hbar = 2\pi\hbar$ чрезвычайно мала, то выражение (6.2) при макроскопических измерениях лишено практического смысла. Неопределенность координаты и импульса, которая следует из (6.2), лежит далеко за пределами достижимой точности экспериментов.

Аналогично формулируется соотношение неопределенностей для другой пары сопряженных величин — энергии и времени:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar/2. \quad (6.3)$$

Это соотношение связывает неопределенность $\Delta E = \sigma_E$ энергии атомной системы с неопределенностью

$\Delta t = \sigma_t$ времени t , в течение которого измеряется энергия.

Если применить соотношение неопределенностей между энергией и временем к спонтанному распаду в системах, находящихся в квазистационарных состояниях, то экспоненциальное распределение измеренных времен распада даст величину стандартного отклонения, которая равна среднему значению \bar{t} [см. уравнение (4.34)]. Эту величину называют *средним временем жизни* τ состояния:

$$\tau = \bar{t} = \sigma_t = \Delta t. \quad (6.4)$$

В этом случае неопределенность энергии квазистационарного состояния равна

$$\Delta E \geq \hbar/2\tau. \quad (6.5)$$

Для квазистационарных состояний с $\Delta E \ll E$ выражение (6.5) переходит в приближенное равенство. В этом случае можно ввести еще одну, часто используемую величину — ширину уровня $\Gamma = 2\Delta E$. Тогда выражение (6.5) приобретает вид

$$\Gamma\tau = \hbar. \quad (6.6)$$

В этой форме соотношение неопределенностей играет большую роль в атомной и ядерной физике. Пусть при распаде испускается квант с энергией $\hbar\omega$, а конечная ширина уровня описывается спектральным распределением интенсивности $\rho(\omega)$ электромагнитных волн. Тогда если обозначить символом γ «профиль спектральной линии», то $\Gamma = 2\hbar\Delta\omega = \hbar\gamma$ и соотношение (6.6) переходит в

$$\gamma\tau = 1. \quad (6.7)$$

Профиль спектральной линии описывается распределением Лоренца (см. п. 4.2.2.4)

$$\rho(\omega; \omega_0, \gamma) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma/2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}. \quad (6.8)$$

Из (6.8) видно, что γ — это ширина линии на половине ее высоты; она называется *естественной шириной линии*. При переходах между двумя состояниями с энергетической шириной Γ_1 и Γ_2 спектральная ширина линии равна

$$\gamma = (\Gamma_1 + \Gamma_2)/\hbar. \quad (6.9)$$

Таким образом, уравнение (6.7) описывает фундаментальное свойство волн: оно связывает между собой конечную продолжительность ограниченного волнового пакета с его спектральной шириной. С помощью преобразования Фурье получим для бездисперсионных волн

$$\gamma\tau = K, \quad (6.10)$$

K — постоянная порядка единицы. Точное значение K зависит от конкретной формы волнового пакета.

И наконец, применим соотношение (6.3) к монохроматическим электромагнитным волнам. Для полного описания волны нужно измерить как ее амплитуду или интенсивность, так и фазу.

Неопределенность фазы связана с неопределенностью продолжительности измерения ($\phi = \omega t$):

$$\Delta\phi = \omega\Delta t. \quad (6.11)$$

При измерении амплитуды нужно определить число фотонов N , пришедших за промежуток времени Δt .

Используя соотношение $E = N\hbar\omega$, получим неопределенность энергии

$$\Delta E = \hbar\omega\Delta N. \quad (6.12)$$

Отсюда следует соотношение неопределенностей для числа фотонов и фазы электромагнитной волны

$$\Delta N\Delta\phi \geq 1/2. \quad (6.13)$$

Это соотношение определяет абсолютную границу точности измерения электромагнитных сигналов, особенно в оптической области, где в отличие от радиочастотного диапазона при той же мощности излучения из-за большой энергии квантов число фотонов, фиксируемых за характерное время измерения Δt , а значит, и неопределенность ΔN ненамного больше единицы. Поэтому неопределенность фазы велика. Состояние когерентных электромагнитных волн определено с максимальной точностью, и для них в соотношении (6.13) стоит знак равенства.

6.3. Шумы

При измерении макроскопических величин максимальная точность тоже ограничена статистическими флуктуациями возле среднего значения. Если эти

флуктуации нельзя уменьшить при фиксированных внешних условиях, то их обычно называют шумами. Причины появления шумов можно разделить на три группы [3.1]:

— тепловые колебания при ненулевой температуре;

— корпускулярная природа вещества и электричества;

— соотношение неопределенностей квантовой механики.

Подробное обсуждение этих вопросов можно найти, например, в работах [6.5, 6.11, 6.15 и 6.24]¹⁾.

6.3.1. Влияние броуновского движения на показания гальванометра

Зеркальный гальванометр является высокочувствительным инструментом. Поскольку его выносная шкала может располагаться на большом расстоянии от подвижной части механизма, то с ее помощью можно измерять очень малые токи. Положение светового пятна на шкале легко фиксируется наблюдателем. Поскольку механическая часть такого гальванометра находится на воздухе, то молекулы газа окружающей атмосферы бомбардируют в результате своего теплового (броуновского) движения подвижные части гальванометра и вызывают случайные колебания зеркала. Однако усредненный по времени вращающий момент таких воздействий равен нулю.

Если гальванометр находится в термическом равновесии с окружающим воздухом, то для подвижной системы с одной степенью свободы выполняется известный из статистической механики закон равномерного распределения энергии по степеням свободы:

$$\text{Средняя потенциальная энергия} = \frac{1}{2} D \overline{\phi^2(t)} = \frac{1}{2} kT \quad (6.14)$$

(k — постоянная Больцмана; D — момент инерции гальванометра; ϕ — угол отклонения от нулевого положения $\bar{\phi} = 0$).

¹⁾ См. также [6.26*—6.31*]. — *Прим. перев.*

Средний квадрат флуктуаций угла отклонения равен

$$\overline{\phi^2(t)} = kT/D. \quad (6.15)$$

Таким образом, электрический ток можно уверенно зафиксировать только в том случае, если вызванное им отклонение гальванометра превышает эти термические флуктуации. Следовательно, минимальная сила тока, которую можно измерить с помощью данного гальванометра, определяется как ток $I_{\text{мин}}$, вызывающий отклонение на угол, равный корню из среднего квадрата флуктуационных отклонений. Пользуясь соотношением

$$D\phi = GI \quad (6.16)$$

для гальванометра (G — динамическая константа гальванометра), получим

$$I_{\text{мин}} = \frac{D}{G} \sqrt{\overline{\phi^2}} = \sqrt{kTD/G}. \quad (6.17)$$

Аналогичные рассуждения можно провести и для других электромеханических систем, например для мембраны микрофона или пьезоэлектрического преобразователя [6.5].

6.3.2. Тепловой шум

Неупорядоченное тепловое движение атомных частиц вызывает и так называемый тепловой шум во всех электрических проводниках.

Тепловое перемещение носителей заряда вызывает статистические колебания плотности заряда в проводнике. Поэтому между концами проводника возникает быстрофлуктуирующее напряжение U_R — **напряжение шума**.

Эквивалентная электрическая схема реального сопротивления будет состоять из идеального сопротивления R , в котором нет шумов, включенного последовательно с источником напряжения шума U_R (рис. 6.2). Эффективное напряжение шума $U_{R, \text{эфф}}$ определяется так называемой **формулой Найквиста**, которая получается из условий термодинамического равновесия с учетом закона о равномерном распределении энергии по степеням свободы [6.20].

По примеру Найквиста рассмотрим проводник большой длины L с нулевым сопротивлением (рис. 6.3), к которому с двух концов присоединены волновые сопротивления Z_0 (см. разд. 5.4.3.2). В случае идеального проводника $Z_0 = R$. Вся система находится при температуре T в термодинамическом равновесии со своим окружением. Разложим напряжение шума на фурье-компоненты. Каждая волна, вышедшая из источника, $U(z, t) = U_{e0}(\omega) e^{i(\omega t - \beta z)}$ [например, для волны, которая движется слева направо, см. (5.49)], перемещается вдоль проводника со скоростью $v = \omega/\beta$ и полностью поглощается на другом конце. Таким образом, каждый из концов проводника служит для приходящих к нему электромагнитных волн некоторым подобием черного тела. На основе второго начала термодинамики можно прийти к выводу, что средние мощности теплового шума $P_\nu \Delta\nu$ для волн, испускаемых источниками в интервале частот $\Delta\nu$, равны и одинаково зависят от

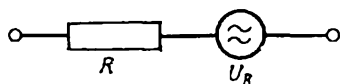


Рис. 6.2. Эквивалентная электрическая схема проводника, состоящая из постоянного сопротивления R и последовательно соединенного с ним источника напряжения шума U_R .

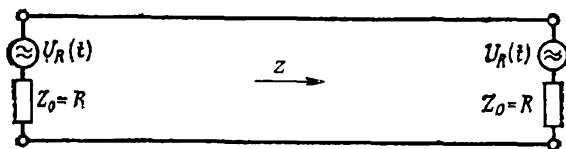


Рис. 6.3. Идеальный проводник, в котором нет электрических потерь, соединенный с волновыми сопротивлениями Z_0 .

температуры. Тогда общая энергия волн в проводнике, приходящаяся на интервал $\Delta\nu$, равна

$$E_\nu \Delta\nu = 2P_\nu \Delta\nu L/v. \quad (6.18)$$

Если мы теперь накоротко соединим оба конца проводника, то при отсутствии потерь энергия электромагнитных волн будет оставаться постоянной. Это справедливо, в частности, для собственных колебаний в

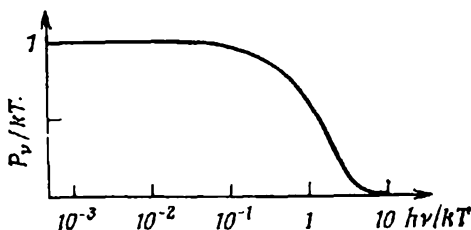
проводнике в интервале частот $\Delta\nu$. Геометрические условия для стоячих волн определяют набор частот ν :

$$n \frac{\lambda}{2} = n \frac{v}{2\nu} = L, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6.19)$$

Число стоячих волн в интервале от ν до $\nu + \Delta\nu$ равно

$$\Delta n = \frac{2L}{v} \Delta\nu. \quad (6.20)$$

С другой стороны, в условиях термодинамического равновесия среднее число фотонов \bar{N} в данном со-



6.4. Нормированное спектральное распределение мощности шума P_ν/kT .

стоянии подчиняется распределению Бозе — Эйнштейна

$$\bar{N} = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (6.21)$$

поэтому энергия в проводнике, приходящаяся на интервал частот $\Delta\nu$, равна

$$E_\nu \Delta\nu = \bar{N} h\nu \Delta n = \frac{\Delta n h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (6.22)$$

Соотношения (6.18) и (6.20) позволяют нам вычислить мощность тепловых шумов в проводнике с данным сопротивлением:

$$P_\nu \Delta\nu = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \Delta\nu. \quad (6.23)$$

Видно, что эта мощность *не зависит* от величины сопротивления R . На рис. 6.4 показано нормированное спектральное распределение плотности мощности шума P_ν/kT при разных $h\nu/kT$. Если $h\nu \ll kT$, то мощность шумов не зависит от частоты. В этом слу-

чае принято говорить о *белом шуме*. Отклонения от горизонтали на рис. 6.4 пренебрежимо малы при частотах меньше $h\nu_{\max} \approx kT/10$; это соответствует при комнатной температуре максимальной частоте $\nu_{\max} \approx \approx 600$ Гц. Соответствующая длина волны лежит в субмиллиметровом диапазоне, поэтому практически все электронные приборы работают ниже ν_{\max} (за исключением, пожалуй, усилителей, основанных на принципе мазера).

Эффективное напряжение шума в сопротивлении R определяется усреднением по времени квадрата напряжения: $U_{R, \text{эфф}}^2 = \overline{U_R^2(t)}$. Оно вызывает в контуре, показанном на рис. 6.3, эффективный ток $I_{R, \text{эфф}} = U_{R, \text{эфф}}/2R$. Мощность, выделяющаяся в сопротивлении на другом конце проводника, равна

$$I_{R, \text{эфф}}^2 R = U_{R, \text{эфф}}^2 / 4R = P_{\nu} \Delta\nu, \quad (6.24)$$

и тогда

$$U_{R, \text{эфф}}^2 = 4kTR\Delta\nu \frac{h\nu/kT}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (6.25)$$

$$U_{R, \text{эфф}}^2 = 4kTR\Delta\nu, \quad h\nu \ll kT. \quad (6.26)$$

Это уравнение обычно называют **формулой Найквиста**. Спектральное распределение мощности шумов (спектральная функция плотности) выглядит как

$$W_U(\nu) = U_{R, \text{эфф}}^2 / \Delta\nu = 4kTR. \quad (6.27)$$

Численный пример: входное сопротивление осциллографа равно $R = 1$ МОм. При полосе частот $\Delta\nu = 100$ МГц эффективное напряжение шума на этом сопротивлении составит для комнатной температуры $U_{R, \text{эфф}} = 1,3$ мВ.

Тепловой шум, естественно, влияет на передающие характеристики частей любого измерительного устройства (гл. 5). В качестве примера рассмотрим шумы на выходе RC -фильтра нижних частот (рис. 6.5).

Для флуктуаций ΔU_a на выходе справедливо уравнение передачи

$$U_a + \Delta U_a = H(\omega)(U_e + U_R) \quad (6.28)$$

с комплексной частотной зависимостью в соответствии с (5.20)

$$\Delta U_a = H(\omega) U_R = \frac{U_R}{1 + i\omega RC} = \frac{U_R}{1 + i\omega/\omega_g}, \quad (6.29)$$

где $\omega_g = 1/RC$ — верхняя граничная частота.

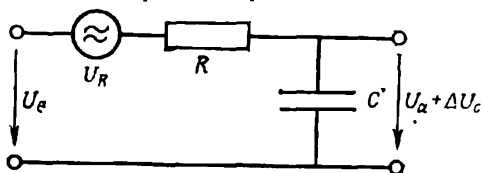


Рис. 6.5. Эквивалентная электрическая схема RC -фильтра нижних частот.

Усреднение квадрата флуктуаций по времени дает

$$\overline{\Delta U_a^2} = \frac{1}{1 + \omega^2/\omega_g^2} \overline{U_R^2}, \quad (6.30)$$

или с учетом формулы Найквиста (6.26)

$$\overline{\Delta U_a^2} = \frac{2kTR\Delta\omega}{\pi(1 + \omega^2/\omega_g^2)} = \frac{4kTR\Delta\nu}{1 + \nu^2/\nu_g^2}. \quad (6.31)$$

Интегрируя по всей области частот, получим общую величину среднего квадрата напряжения для теплового шума в конденсаторе

$$\overline{\Delta U_a^2}_{\text{полн}} = kT/C. \quad (6.32)$$

Она не зависит от R . Средняя величина электрической энергии, накопленной в конденсаторе, равна $kT/2$ в соответствии с принципом равномерного распределения энергии по степеням свободы.

6.3.3. Дробовой эффект

Другой вид шумов тоже вызван дискретной природой носителей заряда. Если по сопротивлению течет постоянный ток, то среднее число носителей заряда, протекающее по нему в единицу времени, постоянно. В то же время в каждый момент времени число носителей заряда статистически изменяется. Это вызывает флуктуации тока. Такое явление называют **дробовым эффектом** по аналогии с ударами дроби, падающей на металлическую пластину. Соответствующий шум называют **дробовым шумом**.

В наиболее простом виде этот эффект наблюдается в вакуумном диоде с плоскими электродами (рис. 6.6). Для описания тока предположим, что электроны вылетают с нагретого катода, имея пренебрежимо малую скорость, и что электрическое поле между анодом и катодом постоянно. Иными словами, в вакуумном диоде отсутствуют объемные заряды, которые искажают электрическое поле и влияют на движение электрона. В этом случае скорость электронов линейно растет со временем, а ток, вызванный движением электрона по внешней цепи, имеет вид [6.5] (рис. 6.7)

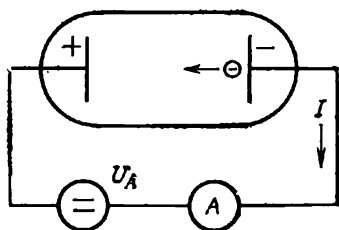


Рис. 6.6. Вакуумный диод с плоскими электродами.

$$I_k(t) = ef(t - t_k) = \begin{cases} \frac{2I}{\tau^2}(t - t_k) & \text{при } t_k \leq t \leq t_k + \tau, \\ 0 & \text{при } t < t_k \text{ и } t > t_k + \tau, \end{cases} \quad (6.33)$$

$$\int_{t_k}^{t_k + \tau} I_k dt = e, \quad \int_{t_k}^{t_k + \tau} f(t - t_k) dt = 1. \quad (6.34)$$

Продолжительность импульса тока τ равна времени пролета электрона от катода к аноду. Форма импульса тока одинаково равна для всех электронов, поэтому общий ток в момент времени t определяется как

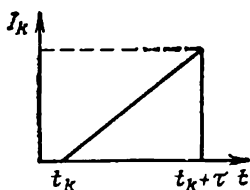


Рис. 6.7. Импульс тока от одного электрона.

$$I(t) = \sum_k I_k = e \sum_k f(t - t_k). \quad (6.35)$$

Электроны вылетают с горячего катода статистически, независимо друг от друга. Поэтому моменты вылета электронов t_k и, следовательно, моменты возникновения импульсов $f(t - t_k)$ подчиняются распределению

Пуассона (см. п. 4.2.2.3). Разложим ток $I(t)$ на постоянную I_0 и шумовую $I_S(t)$ составляющие

$$I(t) = I_0 + I_S(t), \quad (6.36)$$

тогда усреднение по времени даст

$$\overline{I(t)} = I_0 \text{ и } \overline{I_S(t)} = 0. \quad (6.37)$$

Если усреднить по времени квадрат тока, то мы получим

$$\overline{I^2(t)} = I_0^2 + \overline{I_S^2(t)}. \quad (6.38)$$

Теорема Кемпбелла [6.5, 6.11, 6.12, 6.24] позволяет выразить среднее значение по статистически независимой последовательности импульсов через соответствующие средние величины для отдельного импульса. Если \bar{z} — средняя скорость следования импульсов (число импульсов в секунду), то

$$I_0 = \overline{I(t)} = \bar{z} \int_{t_k}^{t_k + \tau} e f(t - t_k) dt = \bar{z} e, \quad (6.39)$$

$$\overline{I_S^2(t)} = \bar{z} \int_{t_k}^{t_k + \tau} e^2 f^2(t - t_k) dt. \quad (6.40)$$

С учетом выражения (6.33) для диода это даст

$$\overline{I_S^2(t)} = \frac{4}{3} \frac{\bar{z} e^2}{\tau} = \frac{4}{3} \frac{e}{\tau} I_0. \quad (6.41)$$

Чем короче длительность импульса, тем выше средний квадрат флуктуаций. На практике это выражение не имеет большого значения, поскольку для его проверки нужно проводить измерение с достаточно большим разрешением по времени или для всего спектра шумовых токов. Выразим величину тока с помощью его амплитудного спектра. Для отдельного импульса справедливо преобразование Фурье

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - t_k) e^{-i\omega t} dt, \quad (6.42)$$

$$I_k(t) = e f(t - t_k) = \frac{e}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (6.43)$$

Теорема Парсеваля [6.5]

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t - t_k) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\nu)|^2 d\nu \quad (6.44)$$

позволяет выразить средний квадрат флуктуаций через интеграл по квадрату амплитудного спектра:

$$\overline{I_S^2(t)} = \bar{z}e^2 \int_{-\infty}^{\infty} |F(\nu)|^2 d\nu = 2eI_0 \int_0^{\infty} |F(\nu)|^2 d\nu. \quad (6.45)$$

Из этого уравнения можно непосредственно определить эффективный шумовой ток $I_{S, \text{эфф}}$ для интервала частот от ν до $\nu + \Delta\nu$:

$$\overline{I_S^2(t)} = I_{S, \text{эфф}}^2 = 2eI_0 |F(\nu)|^2 \Delta\nu. \quad (6.46)$$

Таким образом, частотная зависимость определяется только формой отдельного импульса тока $f(t - t_k)$. При низких частотах ($\omega \ll \tau^{-1}$ или $\nu \ll (2\pi\tau)^{-1}$) выражение (6.42) переходит в

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - t_k) e^{-i2\pi\nu t} dt \approx \int_{t_k}^{t_k + \tau} f(t - t_k) dt = 1, \quad (6.47)$$

и мы получаем известное уравнение Шотки

$$I_{S, \text{эфф}}^2 = 2eI_0\Delta\nu, \quad \nu \ll 1/2\pi\tau. \quad (6.48)$$

Эффективный шумовой ток не зависит при этих частотах от частоты (так называемый *белый шум*). Он зависит от величины тока, ширины частотной полосы и величины заряда, который переносится каждым носителем. В отличие от теплового шума в сопротивлениях, который зависит от температуры, на дробовой шум внешние условия никак не влияют. Спектр мощности имеет вид

$$W_I(\nu) = I_{S, \text{эфф}}^2 / \Delta\nu = 2eI_0. \quad (6.49)$$

Численный пример: $I_0 = 1$ мА; $\nu = 1$ кГц; $I_{S, \text{эфф}} = 0,6$ нА.

Если вакуумный диод работает не в области насыщения, то объемный заряд перед катодом заметно снижает дробовой шум.

6.3.4. Другие виды шумов

Статистические флуктуации могут быть вызваны целым рядом других эффектов. Рассмотрим некоторые из них.

Фликкер-эффект. Этот эффект первоначально наблюдался в электронных лампах с оксидными катодами. Он вызван тем, что в таких катодах флуктуирует локальная работа выхода электронов. Эти флуктуации вызывают соответствующие колебания тока. Существует целый ряд физических механизмов, которые вызывают изменение локальной работы выхода. Работа выхода меняется сравнительно медленно, поэтому соответствующий шум в основном заметен в области низких частот. Действительно, мощность *фликкер-шума* понижается пропорционально $1/\nu$. Флуктуации возрастают почти линейно с увеличением тока, так что эффективная величина тока для фликкер-шума $I_{F, \text{эфф}}$ равна

$$I_{F, \text{эфф}}^2 \approx \text{const} \frac{I_0^2}{\nu} \Delta\nu. \quad (6.50)$$

Такая же зависимость часто наблюдается на низких частотах при переносе заряда в полупроводниках. Во всех подобных ситуациях принято говорить о *1/f-шуме* или *фликкер-шуме*. (В технической литературе частота f обозначается обычно как ν .)

Генерационно-рекомбинационный шум. В полупроводниках возникает специфический вариант *дробового шума* — *генерационно-рекомбинационный шум*. Его часто называют *токовым шумом*. Принципиальное отличие полупроводников от вакуумного диода в этом смысле состоит в том, что среднее время жизни носителей заряда (электронов и дырок) в полупроводниках, как правило, очень мало по сравнению с временем, необходимым для переноса носителя заряда от одного конца образца до другого. Поэтому дробовой шум в полупроводниках определяется скоростями генерации и рекомбинации носителей заряда. Частотные спектры шума для различных процессов генерации и рекомбинации носителей в полупроводниках описываются однотипными выражениями [6.5, 6.16]

$$I_{GR, \text{эфф}} = \text{const} \frac{I_0^2}{1 + \nu^2/\nu_g^2} \Delta\nu. \quad (6.51)$$

Ниже пороговой частоты мощность шума не зависит от ν_g (белый шум), а выше ν_g она падает как $1/\nu^2$. Пороговая частота ν_g определяется средним временем жизни τ носителей заряда ($\nu_g = 1/2\pi\tau$). Такая же спектральная зависимость получается, если пропустить белый шум через RC -цепочку [см. выражение (6.30)].

6.3.5. Квантовый шум

Если дискретная природа носителей заряда вызывает дробовой шум, то квантование электромагнитного излучения тоже приводит к флуктуациям «потока» фотонов. Рассмотрим идеальный детектор с квантовым выходом $\eta = 1$ (например, фотоячейку, с катода которой каждый фотон выбивает один электрон, см. разд. 7.4.1). В таком детекторе распределение падающих фотонов может в принципе преобразовываться в соответствующее распределение импульсов тока. Таким образом, мы можем экспериментально регистрировать флуктуации электромагнитного излучения.

Рассмотрим теперь бесконечно длинную монохроматическую волну, так называемую *когерентную волну*. С классической точки зрения ее амплитуда и фаза не меняются со временем и не испытывают никаких флуктуаций. При измерениях в течение одинаковых промежутков времени Δt мы будем ожидать при фиксированной мощности излучения P_0 одного и того же среднего числа фотонов

$$\bar{N} = \frac{P_0 \Delta t}{h\nu}. \quad (6.52)$$

Однако наблюдаемое число фотонов флуктуирует в соответствии с *распределением Пуассона* (см. п. 4.2.2.3). При этом мы предполагаем, что фотоны представляют собой классические, не взаимодействующие друг с другом частицы [6.3]. Стандартное отклонение числа фотонов равно (4.27)

$$\sigma_N = \sqrt{\bar{N}} = \sqrt{\frac{P_0 \Delta t}{h\nu}}. \quad (6.53)$$

Ток так называемых фотоэлектронов в идеальном детекторе будет подчиняться такому же распределению Пуассона. Поэтому усредненные флуктуации тока

будут описываться уравнением Шотки для дробового шума. Средний фототок равен

$$I_0 = e \frac{\bar{N}}{\Delta t} = \frac{eP_0}{h\nu}. \quad (6.54)$$

Точно так же можно получить квадрат эффективного шумового тока (6.46) или (6.48):

$$I_{P, \text{эфф}}^2 = 2eI_0\Delta\nu = \frac{2e^2P_0}{h\nu} \Delta\nu. \quad (6.55)$$

Отношение сигнал — шум S/N принято определять через отношение соответствующих мощностей:

$$\frac{S}{N} = \frac{I_0^2}{I_{P, \text{эфф}}^2}. \quad (6.56)$$

В случае фототока (6.56) переходит в

$$\frac{S}{N} = \frac{P_0}{2h\nu\Delta\nu}. \quad (6.57)$$

Если считать, что в нашем идеальном детекторе не возникают собственные шумы, то независимо от постоянной мощности падающего излучения P_0 эквивалентная мощность шума $P_{R, \text{эфф}}$ на детекторе составляет [6.12, 6.17]:

$$P_{R, \text{эфф}} = 2h\nu\Delta\nu. \quad (6.58)$$

Это выражение описывает случай **непосредственного приема сигнала**. В случае гетеродинного приема шумы уменьшаются вдвое, а при гомодинном приеме — даже вчетверо [6.9]!

В отличие от теплового шума, уровень которого понижается при высоких частотах, квантовый шум линейно возрастает с частотой. В области $(h\nu/kT) > 1$ он начинает преобладать над тепловым шумом. При комнатной температуре это соответствует оптической и инфракрасной областям спектра. Для описания шумов вводят так называемую шумовую температуру T_R . При этой температуре мощность теплового шума в проводнике равна мощности квантового шума. Приравняв выражения (6.23) и (6.58), получим в явном виде формулу для T_R :

$$T_R = \frac{h\nu}{k \ln(3/2)}. \quad (6.59)$$

Численный пример: в оптической области квантовый шум при $\lambda = 500$ нм соответствует шумовой температуре $T_R = 70\,000$ К.

Минимальная мощность излучения, которую еще можно зарегистрировать, должна соответствовать $S/N = 1$. Иными словами, для непосредственного приема с помощью идеального детектора справедливо соотношение

$$P_{0, \text{мин}} = P_{R, \text{эфф}} = 2h\nu\Delta\nu. \quad (6.60)$$

Эта мощность всего вдвое превышает предел, который получается из соотношения неопределенностей [6.9, 6.12, 6.17]. На обычном языке уравнение (6.60) означает, что за время $\Delta t \approx 1/2\Delta\nu$ должен быть зарегистрирован в среднем один фотон.

В радио- и микроволновом диапазонах когерентное излучение получают с помощью специальных передатчиков. В области микроволн к ним примыкают мазеры. В оптическом и инфракрасном диапазонах источниками когерентного излучения служат лазеры.

Обычные источники света испускают так называемое *тепловое излучение* [6.3]. Это излучение некогерентно, и фотоны в каждой моде подчиняются *распределению Бозе — Эйнштейна* (см. п. 4.2.2.4). В этом случае флуктуации существенно выше, чем у когерентных источников:

$$\sigma_N^2 = \overline{N}^2 + \overline{N}; \quad (6.61)$$

эти флуктуации вызывают и более значительные шумы в детекторе [6.9].

Если фотоны, зафиксированные детектором, разделяются на z независимых мод, то сильные флуктуации распределения Бозе — Эйнштейна выравниваются и среднее квадратичное отклонение нового распределения будет выглядеть так:

$$\sigma^2 = \frac{\overline{N}_z^2}{z} + \overline{N}_z. \quad (6.62)$$

В предельном случае очень большого числа мод мы снова получим распределение Пуассона [6.3, 6.12].

6.4. Фазочувствительные детекторы и усилители

Если изучаемая физическая величина так мала, что вызванный ею сигнал, пройдя датчик, преобразователь и усилитель, полностью перекрывается шумами, возникающими в измерительной системе, то прямые измерения становятся невозможными. RC-цепочка служит простым и удобным средством, которое позволяет понизить шумы экспериментальной установки. Эта цепочка ограничивает полосу частот и понижает шумы настолько, насколько позволяет конкретная задача.

Крайне эффективным является метод, который впервые был предложен Дикке [6.7] при изучении чрезвычайно слабого излучения в микроволновой области. При этом измеряемая физическая величина модулируется, полученный сигнал смешивается с опорным сигналом такой же частоты, а затем анализируется фазочувствительной схемой сравнения. Соответствующие приборы называют *фазочувствительными детекторами или усилителями*.

В настоящее время подобные методы широко применяют во многих областях физики и химии. В качестве примеров можно привести ядерный магнитный резонанс (ЯМР) и электронный парамагнитный резонанс (ЭПР) [6.1, 6.10, 6.23], флуоресцентную [6.25], лазерную [6.13], модуляционную [6.6] и рентгеновскую спектроскопию [6.2], радиоастрономию [6.22].

Рассмотрим физическую величину x_e , которую необходимо измерить. Она дает на выходе измерительной установки сигнал с напряжением U_0 . При прямых измерениях отношение сигнал — шум имеет вид

$$\left[\frac{S}{N} \right]_0 = \frac{U_0^2}{U_{R, \text{эфф}}^2} = \frac{U_0^2}{4kTR_{\text{экв}}\Delta\nu}. \quad (6.63)$$

В этом выражении суммарная величина шума описывается эквивалентным сопротивлением $R_{\text{экв}}$. Если модулировать входной сигнал (например, прерывая электромагнитное излучение с помощью вращающегося диска со щелями), можно получить периодический сигнал на выходе. В идеальном случае синусоидальной модуляции с единственной частотой

$$U_x = (U_0/2) \sin \omega t. \quad (6.64)$$

Более сложный периодический сигнал можно разложить на фурье-компоненты. Дальнейшие рассуждения применимы к каждой из этих компонент.

Основной частью простейшего фазочувствительного детектора является линейный двухсеточный смеситель с последующим фильтром нижних частот (рис. 6.8). В смесителе сигнал и шум складываются с синусоидальным опорным напряжением $U_v = U_{0v} \sin(\omega_v t + \phi_v)$ [6.14, 6.19, 6.21].

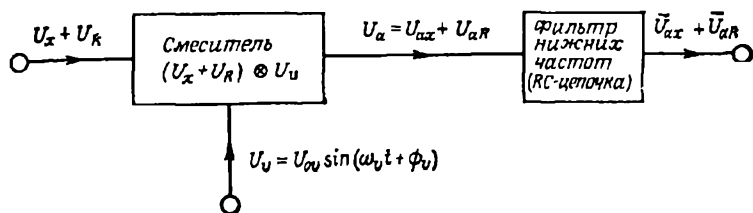


Рис. 6.8. Принципиальная схема фазочувствительного детектора.

В этом случае выходное напряжение U_a имеет вид

$$U_a \sim [(U_0/2) \sin \omega t + U_R(t)] U_{0v} \sin(\omega_v t + \phi_v). \quad (6.65)$$

Если частота ω_v опорного напряжения синхронизирована с частотой сигнала ($\omega_v = \omega$), то выходное напряжение, которое соответствует входному сигналу U_x , имеет вид

$$\begin{aligned} U_{ax} &\sim (U_0/2) U_{0v} \sin \omega t \sin(\omega t + \phi_v) = \\ &= (U_0 U_{0v}/4) [\cos \phi_v - \cos(2\omega t + \phi_v)]. \end{aligned} \quad (6.66)$$

Этот сигнал проходит через фильтр (RC-цепочка с $\omega_g = 1/RC \ll 2\omega$). На выходе фильтра получается арифметическое среднее

$$\bar{U}_{ax} \sim (U_0 U_{0v}/4) \cos \phi_v. \quad (6.67)$$

Такой выходной сигнал прямо пропорционален входному сигналу и зависит от сдвига фаз ϕ_v между входным и опорным сигналами. Наилучшие результаты получаются при $\phi_v = 0^\circ$.

После смесителя вклад шума равен

$$U_{aR} \sim U_R(t) U_{0v} \sin(\omega_v t + \phi_v). \quad (6.68)$$

На рис. 6.9 показан выходной сигнал для одной из гармоник шума с частотой $\omega_R = (5/6)\omega_v$. Хорошо

видно, что при сложении с опорным сигналом возникают положительные и отрицательные отклонения, которые компенсируются при усреднении. Если проводить усреднение достаточно долго, то результирующий вклад шума будет очень мал.

Для одной гармонической составляющей шума можно преобразовать выражение (6.68) с помощью

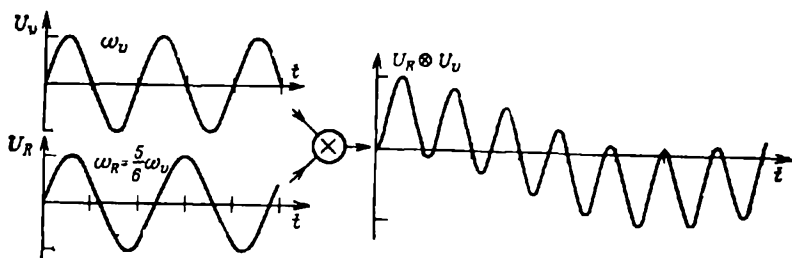


Рис. 6.9. Наложение двух периодических сигналов с близкими частотами.

тригонометрических формул (предполагая, что $\phi_v = 0$)

$$U_{aR}(\omega_R) \sim U_{0R}U_{0v} \sin \omega_R t \sin \omega_v t, \quad (6.69)$$

$$U_{aR}(\omega_R) \sim (U_{0R}U_{0v}/2) [\cos(\omega_R - \omega_v)t - \cos(\omega_R + \omega_v)t]. \quad (6.70)$$

Фильтр с верхней граничной частотой $\omega_g \ll \omega_v$ дает на выходе соответствующее усредненное значение

$$\bar{U}_{aR}(\omega_R) = H(\omega) U_{aR}(\omega_R). \quad (6.71)$$

Используя выражение (5.21) для RC -цепочки, получим

$$\bar{U}_{aR}^2(\omega_R) \sim \frac{U_{0R}^2 U_{0v}^2}{2 [1 + (\omega_R - \omega_v)^2 / \omega_g^2]} \cos^2(\omega_R - \omega_v)t. \quad (6.72)$$

Таким образом, из широкого спектра шумов $W_U(\omega_R)$ [см. (6.27)] остается узкая область возле частоты ω_v , которая и определяет остаточный шум. Эффективную ширину $\Delta\omega_{\text{эфф}}$ тоже можно определить из (6.72):

$$\Delta\omega_{\text{эфф}} = 2\omega_g = 2/RC, \quad (6.73)$$

$$\Delta\nu_{\text{эфф}} = 1/\pi RC. \quad (6.74)$$

Ее можно сделать как угодно малой, если увеличивать постоянную времени RC . При этом, конечно же, она не должна быть больше характерного времени изменения измеряемой величины. Такое интегрирование не влияет на сам сигнал [выражение (6.67)]. Роль модулирующей частоты ω состоит в том, что измерения смещаются из частотной области сильных шумов (например, $1/f$ -шума при низких частотах) в область, где уровень шума мал.

Научные результаты, если они правильно поняты, лечивают людей от сомнения, поскольку устанавливают его границы.

Альберт Швейцер

7. Детекторы частиц и электромагнитного излучения

7.1. Введение

Электромагнитное излучение и ускоренные частицы несут важную информацию о различных процессах и явлениях в физике. То же относится и к другим областям науки и техники, связанным с физическими измерениями. Электромагнитное излучение и ускоренные частицы находят многообразное применение при изучении строения вещества, они применяются в энергетике и других областях техники. Уже из этого краткого перечня ясно, какие многообразные требования предъявляются к детекторам частиц и излучения.

Ускоренные частицы могут иметь энергию в диапазоне от 1 эВ до 400 ГэВ (примерно 12 порядков величины). Спектр электромагнитного излучения охватывает область частот от 10^3 Гц (радиоволны) до 10^{23} Гц (некоторые компоненты космических лучей). В радиоастрономии приходится анализировать чрезвычайно слабые потоки частиц, мощностью порядка 10^{-16} Вт, а при изучении управляемой ядерной реакции в небольшом объеме фокусируется лазерное излучение мощностью примерно 10^{14} Вт.

Поэтому мы не можем здесь сколько-нибудь подробно обсудить все используемые сейчас детекторы. В списке литературы имеется достаточно много книг и статей по этому вопросу. Ниже мы рассмотрим лишь наиболее важные классы детекторов, с которыми приходится иметь дело физику и инженеру. Если знать физические принципы, лежащие в основе работы этих детекторов, то можно в каждом конкретном случае выбрать наиболее подходящий способ фиксации частиц или излучения и избежать возможных ошибок. Мы обсудим также целый ряд вопросов, возникающих при использовании детекторов.

Почти во всех детекторах используется какой-либо один тип взаимодействия излучения с веществом. Это позволяет произвести естественную классификацию детекторов.

7.2. Фоторегистрация частиц и электромагнитного излучения

7.2.1. Общие характеристики

Фотоэлектрические многоканальные детекторы в сочетании с электронной переработкой информации вытеснили и продолжают вытеснять фотопластинки из многих областей применения. Тем не менее по универсальности и удобству фотографические методы существенно превосходят все другие способы регистрации (7.13, 7.19, 7.34). Наиболее важными **преимуществами** фотометода являются:

- двумерная (а в некоторых случаях и трехмерная) регистрация падающего излучения;
- непрерывное накопление информации;
- большое пространственное разрешение. Специальные высокоразрешающие фотографические эмульсии обладают разрешающей способностью свыше 1000 линий/мм. Это соответствует информационной емкости около 10^8 бит/см²;
- чувствительность как к электромагнитному излучению от инфракрасной спектральной области до γ -лучей, так и к потокам частиц;
- несложная обработка;
- низкая стоимость.

С другой стороны, фоторегистрация обладает, естественно, и целым рядом **недостатков**:

- почернение фоточувствительного слоя зависит от обработки;
- кривая почернения нелинейна;
- кривая почернения может различаться для разных пластинок, даже если они покрыты одинаковой эмульсией и обработаны в одинаковых условиях;
- ← квантовый выход фоточувствительных слоев ниже, а динамическая область уже, чем у фотоэлектрических детекторов;

- с помощью фотометода нельзя изучать зависимость мощности излучения от времени;
- нарушения закона взаимозаместимости;
- эффект прерывания;
- усадка фоточувствительного слоя при фиксации и сушке;
- чтобы использовать информацию, накопленную в фотографическом слое, для дальнейшей обработки, необходимо проводить измерения почернения слоя с помощью микрофотометра (денситометра) в отдельных точках.

Мы не будем подробно останавливаться на особенностях фотографического процесса, поскольку они описаны в обширной литературе [7.12, 7.13]. Мы не будем говорить и о цветной фотографии.

Обычные фотографические эмульсии состоят из кристаллов галогенидов серебра (главным образом бромида серебра) в слое желатина. Под воздействием падающего излучения зерна галогенида серебра становятся чувствительными к последующему проявлению: в фотографическом слое возникает невидимое (так называемое скрытое) изображение. Химическое проявление в растворе с восстановительными свойствами приводит к выделению металлического серебра на центрах скрытого изображения: возникают отдельные зерна серебра. Затем следует обработка в фиксирующем растворе, при этом из фотослоя удаляется оставшийся невосстановленным галогенид серебра. Окончательная промывка удаляет остатки растворимых химикатов. Изготовители фотоматериалов обычно указывают конкретные режимы обработки для каждого вида фотослоев.

Таким образом, количество проявленных зерен серебра на единицу площади зависит от *экспозиции* фотослоя под действием света или потока частиц. В ряде специальных случаев, особенно когда число проявленных зерен серебра невелико, их подсчитывают под микроскопом [7.12]. Однако обычно этого не делают, а оценивают количество зерен серебра в данной точке фотослоя по почернению, которое определяют как локальный коэффициент пропускания T небольшого элемента площади в лучах белого света. Для этого пучок света пропускают через фотослой в

нужном месте и определяют отношение прошедшего потока излучения к падающему P_0

$$T = P/P_0. \quad (7.1)$$

Мерой почернения фотослоя служит так называемая оптическая плотность D , которая определяется как десятичный логарифм величины, обратной коэффициенту пропускания:

$$D = -\lg T = \lg(P_0/P). \quad (7.2)$$

(При определении этих величин всегда необходимо строго оговаривать условия измерения, поскольку эмульсия, содержащая зерна серебра, не только поглощает, но и рассеивает свет. Мы получим разные величины оптической плотности, если будем измерять только свет, прошедший в определенном направлении, или же будем учитывать и рассеянный свет¹⁾.)

Экспозиция H вычисляется как произведение освещенности E на продолжительность освещения (облучения) t :

$$H = Et. \quad (7.3)$$

Экспозиция измеряется в энергетических (Дж/м²) или световых (лк·с) единицах. При сравнении кривых почернения для излучения с разной длиной волны часто бывает удобно вычислять экспозицию просто как число фотонов, приходящихся на единицу площади (м⁻²). Для потока частиц это соответствует количеству частиц одного сорта с одинаковой энергией. Однако когда речь идет о частицах (или о γ -лучах), вместо экспозиции обычно пользуются величинами *экспозиционной дозы*, которая измеряется в единицах Кл/кг [7.12].

Для каждого типа излучения существует своя зависимость почернения фотоэмульсии от экспозиции — так называемая *кривая почернения*. При количественных измерениях она всегда должна быть предварительно изучена. На рис. 7.1 показана типичная кривая почернения.

¹⁾ При определении коэффициента пропускания учитывается все излучение, в то время как прозрачность — это отношение потока излучения, прошедшего в среде единичный путь без изменения направления, к потоку, вошедшему в эту среду в виде параллельного пучка. — *Прим. перев.*

Постоянное почернение D_s в начале кривой не зависит от облучения. Оно определяется не только конечной прозрачностью самой эмульсии, но и почернением, которое возникает при проявлении незэкспонированного фотослоя. Это почернение называют *вуалью*. В точке A на рис. 7.1 почернение начинает увеличиваться (в видимой области спектра для восстановления зерна галогенида серебра при проявлении необходимо воздействие примерно десяти фотонов).

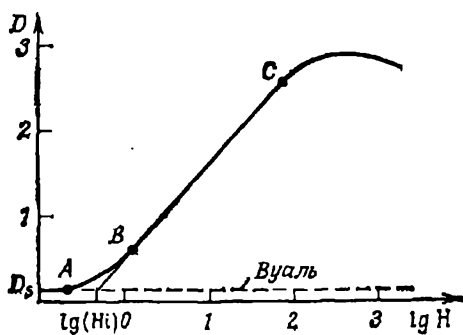


Рис. 7.1. Кривая почернения для фотографической эмульсии.

На участке AB почернение растет с экспозицией нелинейно. Прямой участок кривой между точками B и C служит собственно рабочим участком фотослоя. Начиная от точки C , кривая переходит в область *насыщения*, рост почернения с экспозицией замедляется, а затем прекращается совсем. При этой максимальной оптической плотности $D_{\text{макс}}$ практически весь галогенид серебра в эмульсии восстанавливается до металлического серебра. При еще больших экспозициях почернение вновь понижается: происходит так называемая *соляризация*. Такое название появилось потому, что соляризацию впервые наблюдали при фотосъемке Солнца. Рентгеновские лучи вызывают соляризацию легче, чем световые [7.12].

Прямолинейная часть кривой почернения описывается зависимостью

$$D - D_s = \gamma (\lg \{H\} - \lg \{H_i\}). \quad (7.4)$$

$\lg \{H_i\}$ называется *точкой инерции*. Наклон прямолинейного участка служит мерой достижимого контра-

ста изображения. Его численная величина γ называется *коэффициентом контрастности* данной фотоэмульсии. Величина γ прежде всего зависит от продолжительности проявления, а при увеличении времени проявления она асимптотически стремится к пределу γ_{∞} .

Чувствительность фотографического слоя определяют сегодня как экспозицию, необходимую для того, чтобы добиться определенного почернения (обычно $D = 0,1$) фотослоя над уровнем вуали.

Другой важной характеристикой фотоматериалов является их *разрешающая способность*. Она ограничена конечными размерами зерен фоточувствительного слоя и рассеянием света в нем. Разрешающая способность определяется максимальным числом линий на миллиметр, которые еще воспринимаются отдельно друг от друга.

Вся практика работы с фотоматериалами подтверждает справедливость закона *взаимозаместимости*, открытого в 1862 г. Бунзеном и Роско. Они сформулировали этот закон для всех фотохимических реакций. Этот закон гласит, что количество возникающего продукта фотохимической реакции зависит только от экспозиции и не зависит от того, за какое время была получена эта экспозиция. Этот закон выполняется при экспозиции фотографических слоев рентгеновскими и γ -лучами, а также ускоренными частицами. При освещении светом видимого диапазона наблюдаются небольшие отклонения от закона взаимозаместимости (*эффект Шварцшильда*). Поэтому для получения количественных данных целесообразно проводить съемки при одинаковой выдержке. Длительные выдержки, когда фотослой освещается источником малой интенсивности, часто применяют в астрономии. Шварцшильд обнаружил, что в таких условиях эффективная экспозиция имеет вид

$$H_{\text{эфф}} = E \cdot t^p. \quad (7.5)$$

Это выражение справедливо для не слишком больших почернений фотослоя. Величину p называют *показателем Шварцшильда*. Обычно она близка к единице. Аналогичные отклонения от закона взаимозаместимости наблюдают и в тех случаях, когда яркость источника света велика, а выдержка мала [7.34]. Это

следует учитывать при фотографировании быстротекущих процессов.

Следствием отклонений от закона *взаимозаменяемости* является и так называемый *эффект прерывания*. Если фотосъемка прерывается, то полученное почернение не равно почернению, возникшему при непрерывном освещении равной продолжительности.

7.2.2. Спектральные характеристики

Чувствительность фотографического слоя зависит от длины волны падающего света. *Спектральную чувствительность* $s(\lambda)$ фотослоя определяют как величину, обратную экспозиции $H(\lambda)$ в узком интервале спектра, которая дает определенное почернение фотослоя после его проявления:

$$s(\lambda) = \frac{1}{H(\lambda)}, \quad D = \text{const.} \quad (7.6)$$

В справочниках часто приводят спектральные зависимости для почернений $D = 0,1$ и $D = 0,6$ над уровнем вуали. Эмульсия, состоящая только из желатина и галогенида серебра, имеет границу светочувствительности в длинноволновой области спектра. Для AgCl она лежит примерно возле 425 нм, для AgBr — при 480 нм, а для AgI — при 440 нм. Если к бромиду серебра добавить примерно 5 % иодида серебра, то граница чувствительности смещается к 520 нм. В коротковолновой части спектра светочувствительность ограничена поглощением в слое желатина, которое резко возрастает, начиная с 250 нм.

Добавки органических красителей, которые адсорбируются на зернах бромида серебра, поглощают свет с большей длиной волны. Они могут отодвинуть границу светочувствительности фотографической эмульсии. В этом случае принято говорить о *сенсibilизации* фотоэмульсии. Ортохроматические фотоматериалы сенсibilизированы до 600 нм, панхроматические — до 700 нм. У наилучших фотоматериалов граница спектральной чувствительности лежит возле 1300 нм.

Если за короткий промежуток времени дважды экспонировать фотослой в резко различающихся усло-

виях, то при этом может наблюдаться целый ряд интересных эффектов, которые могут приводить как к сенсбилизации, так и к десенсбилизации фотоэмульсии [7.34]. Так, например, можно использовать фотослой в качестве линейного детектора до длин волн 10,6 мкм при импульсных экспозициях выше 20 мДж/см², если предварительно сенсбилизировать слой освещением в инфракрасной области, а после экспозиции дополнительно осветить в видимой области спектра [7.23]. Начиная с некоторой экспозиции, наступает десенсбилизация слоя.

При работе в области ближнего и дальнего ультрафиолета можно избежать понижения светочувствительности фотоматериалов (из-за поглощения в желатине), если пользоваться специальными фотопластинками, в которых очень мало или совсем нет желатина. Такие фотоматериалы были впервые разработаны В. Шуманом и носят его имя. В настоящее время такие фотоматериалы выпускаются промышленностью, однако поскольку в них нет желатина, то работа с ними требует большой осторожности. Обычные фотографические материалы можно сделать чувствительными в ультрафиолетовой области, если нанести на них тонкий слой флуоресцирующего вещества, который поглощает ультрафиолетовое излучение и испускает видимое. К сожалению, при этом неизбежно ухудшаются четкость и контраст изображения.

При дальнейшем увеличении энергии фотонов (уменьшении длины волны падающего света) поглощение в желатине понижается, и в рентгеновской области вновь можно пользоваться обычными фотоматериалами, содержащими желатин. Поскольку уменьшается и поглощение электромагнитных волн в самом фотографическом слое, для рентгеновской съемки используют эмульсии с более высоким содержанием бромида серебра, а фотослой наносят с двух сторон фотопластинки или пленки. Высокая энергия квантов приводит к тому, что каждый поглощенный квант «засвечивает» по меньшей мере один кристалл галогенида серебра, а кванты высоких энергий — даже несколько кристаллов. Следовательно, отпадает причина, по которой в видимой области света может не

хватать интенсивности для образования центров скрытого изображения. Следовательно, плотность почернения над уровнем фона при съемках в рентгеновской области линейно растет с экспозицией, и отклонения от закона взаимозаместимости, а также эффект прерывания не наблюдаются. Спектральные кривые чувствительности в рентгеновской области можно найти в литературе [7.5, 7.8, 7.11, 7.12, 7.34].

Область рентгеновских лучей непрерывно переходит в область γ -лучей. Поглощение электромагнитного излучения в фотослое падает еще больше, а число центров скрытого изображения, возникающих при поглощении одного кванта, возрастает. Так, например, при поглощении кванта с энергией 1 МэВ после проявления происходит почернение примерно 80 зерен [7.34]. Следует отметить, что при поглощении γ -квантов и высокоэнергетичных рентгеновских квантов вначале возникают быстрые электроны (в результате фотоэффекта, комптоновского рассеяния, а выше 1,02 МэВ за счет образования электронно-дырочных пар). Затем эти электроны тратят свою энергию на ионизацию, и только освободившиеся при ионизации вторичные электроны вызывают появление центров скрытого изображения.

7.2.3. Фотоэмульсия как детектор частиц

Все обычные фотографические слои могут засвечиваться под воздействием быстрых электронов. В ходе этого процесса, как мы уже говорили выше, вначале происходит ионизация, а центры скрытого изображения появляются уже под воздействием вторичных электронов, возникших при ионизации. Поэтому закон взаимозаместимости выполняется в широком интервале энергий, а почернение пластинки пропорционально энергии электронов, пока радиус пробега электронов в эмульсии остается меньше ее толщины. На практике интервал энергий, в котором соблюдается закон взаимозаместимости, простирается от 0,1 до 2 МэВ. При меньшей энергии электронов они поглощаются в тонком защитном слое, которым покрыты многие рентгеновские пленки. Здесь обычно используют безжелатинные пластинки, как и в области вакуумного ультрафиолета.

Эти пластинки используют и для фиксации ионов. Почернение зависит от энергии и массы ионов, но на него практически не влияет их зарядовое состояние.

Обычные фотослои практически нечувствительны к воздействию **нейтронов**. Термические нейтроны могут вызывать почернение эмульсий в результате захвата ядрами серебра или брома с последующим испусканием β - и γ -лучей, которые в свою очередь приводят к образованию центров скрытого изображения. Добавки в фотоэмульсию бора и лития, у которых велико сечение захвата нейтронов [7.12], повышают чувствительность фотослоев по отношению к нейтронам [$^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$; $^6\text{Li}(n, \alpha)^3\text{H}$]. Используют также сочетание фотографического слоя с нижележащей тонкой пленкой элементов или изотопов, которые испускают при облучении нейтронами α -, β - или γ -лучи.

Быстрые нейтроны испытывают упругие соударения с ядрами водорода, содержащимися в эмульсии. Эти ядра теряют свою энергию в результате ионизации, что в свою очередь ведет к почернению эмульсии. В обычных фотослоях такое почернение очень мало. Поэтому вместо них используют плотные эмульсии, в которых под микроскопом можно наблюдать отдельные **треки** от каждого пролетевшего быстрого протона. По длине таких треков можно судить об энергии протонов, а следовательно, и об энергии первичных нейтронов.

Подобные исследования следов электрически заряженных атомных частиц проводят с помощью специальных **ядерных эмульсий**, которые содержат очень высокую концентрацию зерен бромида серебра. При этом зерна бромида должны быть особенно мелкими. Толщина таких фотослоев после обработки может достигать 2 мм. Кроме треков от протонов с помощью таких эмульсий можно, конечно же, наблюдать и треки других атомных ядер, электронов и мезонов. Недостатки изучения быстрых частиц с помощью ядерных эмульсий очевидны: визуальная микроскопическая обработка результатов очень утомительна и требует много времени.

7.3. Тепловые приемники излучения

7.3.1. Общие характеристики

Самые старые детекторы были основаны на том, что поглощение электромагнитного излучения приводит к разогреву поглощающего тела. Это повышение температуры служит мерой поглощенной энергии излучения. Спектральная чувствительность такого детектора определяется только коэффициентом поглощения нагреваемого тела: при достаточной черноте поглощающей поверхности коэффициент поглощения всюду равен единице, и нагрев детектора практически не зависит от длины волны. Детекторы такого типа нашли широкое применение для фиксации излучения в спектральной области от 0,2 мкм до 2 мм [7.7, 7.14, 7.15, 7.20, 7.31]. В то же время детекторы такого типа применяются также в мягкой рентгеновской [7.24] и в микроволновой областях спектра [7.23]¹⁾.

Температура датчика (сенсора) определяется, с одной стороны, подводом тепла за счет излучения, а с другой — теплоотводом через держатели и окружающую среду (конвекция воздуха). Если P — поглощенная мощность излучения, T — температура датчика, а T_0 — температура окружающей среды, то уравнение энергетического баланса имеет вид

$$C_Q \frac{dT}{dt} = P - \frac{1}{R_Q} (T - T_0). \quad (7.7)$$

Здесь C_Q — теплоемкость датчика, R_Q — эффективное термическое сопротивление установки. В стационарном состоянии повышение температуры датчика равно

$$T - T_0 = R_Q P. \quad (7.8)$$

Частотную характеристику детектора можно получить, если решить уравнение (7.7) для периодически меняющейся мощности излучения $P = P_0 e^{i\omega t}$ (см. п. 5.2.2.2):

$$H(\omega) = \frac{T - T_0}{P} = \frac{1}{(1/R_Q) + i\omega C_Q}. \quad (7.9)$$

¹⁾ См. также [7.39*, 7.40*]. — Прим. перев.

Зависимость от амплитуды и фазы определяется выражениями

$$|H(\omega)| = \frac{R_Q}{\sqrt{1 + \omega^2 R_Q^2 C_Q^2}} \quad \text{и} \quad \phi = -\operatorname{arctg}(\omega R_Q C_Q). \quad (7.10)$$

Характерный вид этого уравнения с верхней граничной частотой $\omega_g = 1/R_Q C_Q$ напоминает нам уже знакомое выражение для RC -фильтра нижних частот. В справочниках для детекторов такого типа обычно приводят термическую постоянную времени детектора $1/\omega_g = R_Q C_Q$ [см. выражение (5.24)], хотя для измерений важнее постоянная времени $T_E \simeq 5R_Q C_Q$ [выражение (5.26)]. Из этого выражения видно, что малые постоянные времени бывают у датчиков с низким тепловым сопротивлением и малой теплоемкостью (т. е. у датчиков с небольшой массой). Все это означает, что при малой постоянной времени датчика изменение температуры $T - T_0$ будет невелико, а значит, и чувствительность датчика понизится, поскольку статический коэффициент передачи равен $K = H(0) = R_Q$. Следовательно, в каждом конкретном случае приходится искать компромисс между этими противоположными требованиями.

Абсолютный предел чувствительности всех термических детекторов [7.30] определяется флуктуациями температуры датчика (*тепловой шум*). Мы знаем, что энергия (а значит, и температура) любого тела, находящегося в равновесии со своим окружением, флуктуирует возле макроскопического среднего значения. Из статистической термодинамики известно выражение для среднего квадрата таких флуктуаций [7.21]

$$\overline{\Delta T_{\text{полн}}^2} = kT^2/C_Q. \quad (7.11)$$

Физической причиной флуктуаций является обмен излучением между датчиком и его окружением, поэтому в соответствии с (7.10) флуктуации при частоте ω равны

$$\overline{\Delta T^2} = \frac{R_Q^2}{(1 + \omega^2 R_Q^2 C_Q^2)} \overline{P^2(\omega)}. \quad (7.12)$$

Флуктуации излучения обладают практически белым спектром, поскольку поглощение и излучение фото-

нов датчиком происходит чрезвычайно быстро (см. разд. 6.3.3). Предполагая, что $\overline{P^2(\omega)} = B\Delta\omega$, можно проинтегрировать выражение (7.12). Сравнивая результат с (7.11), получим спектр мощности B . Теперь выражение (7.12) имеет вид

$$\overline{\Delta T^2} = \frac{2kT^2 R_Q \Delta\omega}{\pi (1 + \omega^2/\omega_g^2)} = \frac{4kTR_Q \Delta\nu}{1 + \nu^2/\nu_g^2}. \quad (7.13)$$

Очевидна аналогия с тепловыми шумами сопротивления в электрическом RC -контуре [см. выражение (6.31)]. Наименьшая мощность излучения $P_{\text{мин}}$, которую можно зафиксировать тепловым детектором, определяется из отношения сигнал — шум $S/N = 1$:

$$P_{\text{мин}} = \frac{\sqrt{\overline{\Delta T^2}}}{|H(\omega)|} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{kT^2}{R_Q} \Delta(\omega)} = \sqrt{\frac{4kT^2 \Delta\nu}{R_Q}}. \quad (7.14)$$

Охлаждая детектор, можно понизить величину $P_{\text{мин}}$.

Повышение температуры можно измерить с помощью разных физических эффектов. В соответствии с этим тепловые детекторы разделяют на несколько типов. Различные способы измерения температуры вносят в измерительную систему дополнительные шумы (см. разд. 6.3), которые складываются с тепловыми шумами датчика.

7.3.2. Термопары и термоэлектрические батареи

Самым простым тепловым приемником является термопара. Она представляет собой электрический контур, образованный двумя проволоками из различных материалов. Для этих целей можно использовать как металлы, так и полупроводники. В качестве типичных примеров можно привести термопары медь — константан, серебро — палладий, серебро — висмут, висмут — сурьма. Две проволоки разного типа спаяны или сварены между собой. На рис. 7.2 показана принципиальная схема термопары.

Датчиком излучения служит один спай двух проволок, который нагревается под воздействием излучения, в то время как другой спай служит для сравнения и находится при постоянной температуре T_0 (обычно при 0°C в смеси воды со льдом). При боль-

ших мощностях излучения в качестве датчиков используют зачерненные металлические пластинки, а термопары присоединяются к их затененной тыльной стороне.

При повышении температуры T возникает так называемая *термо-ЭДС* U_{AB} , которая в большом интервале температур прямо пропорциональна разности $T - T_0$:

$$U_{AB} = \epsilon_{AB}(T - T_0). \quad (7.15)$$

Величина ϵ_{AB} носит название *коэффициента Зеебека* для веществ A и B . Сам эффект называют **термоэлектрическим** или **эффектом Зеебека** в честь первооткрывателя (1821 г.). Этот эффект обусловлен тем, что когда приводятся в контакт вещества с разной работой выхода, то из-за диффузии электронов возникает контактная разность потенциалов, которая зависит от температуры.

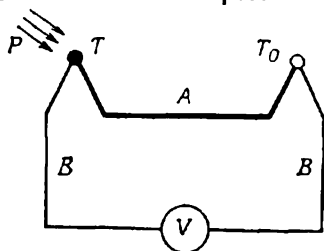


Рис. 7.2. Термопара, состоящая из материалов A и B .

Из выражений (7.10) и (7.15) можно получить чувствительность детектора к излучению при медленных изменениях мощности ($\omega \ll \omega_g$):

$$S = U_{AB}/P = \epsilon_{AB}R_Q. \quad (7.16)$$

Если последовательно соединить n термопар, то мы получим так называемую **термоэлектрическую батарею**. Термо-ЭДС такого прибора в n раз выше, чем у обычной термопары, соответственно выше и чувствительность:

$$S = n\epsilon_{AB}R_Q. \quad (7.17)$$

Современная тонкопленочная технология позволяет получать дешевые и удобные в употреблении термоэлектрические батареи с большим числом отдельных термопар, сосредоточенных на малой площади [7.14]. Поэтому изготовление приборов с чувствительностью более 100 В/Вт не составляет проблемы. Спектральная чувствительность определяется коэффициентом поглощения датчика и пропусканием

оптического окна, которое обычно имеется в установке. На практике детекторы такого типа можно использовать от видимой области спектра до длин волн около 30 мкм.

7.3.3. Болومتر

В болометрах повышение температуры из-за поглощения излучения датчиком измеряется по изменению электросопротивления R . У металлов зависимость сопротивления от температуры описывается выражением

$$R(T) = R(T_0)[1 + \alpha(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2]. \quad (7.18)$$

Вклад квадратичного члена в выражении (7.18) достаточно велик. Поэтому линейная зависимость $R(T)$ наблюдается в не слишком широкой области температур. У металлов коэффициент α положителен, поскольку при повышении температуры возрастают колебания кристаллической решетки. Увеличивается и рассеяние свободных электронов на этих колебаниях, поэтому растет электросопротивление.

Комплексная частотная характеристика болометра определяется выражениями (7.9) и (7.18):

$$H(\omega) = \frac{R(T) - R(T_0)}{P} = \frac{\alpha R_Q R(T_0)}{1 + i\omega R_Q C_Q}. \quad (7.19)$$

При низких частотах чувствительность имеет вид

$$S = H(0) = \alpha R_Q R(T_0). \quad (7.20)$$

Верхний предел частот по-прежнему равен $\omega_g = 1/R_Q C_Q$.

Современные **болометры** на основе **металлов** состоят обычно из тонких слоев золота, платины или никеля, напыленных на подложку. Высокой чувствительностью обладают **полупроводниковые болометры (термисторы)**, поскольку у полупроводников *температурный коэффициент сопротивления* существенно выше, чем у металлов. Сопротивление полупроводников падает с ростом температуры и зависит от температуры нелинейно, поскольку, чем выше температура, тем больше электронов оказывается в их зоне прово-

димости. Величина α для нормальных полупроводников неплохо описывается соотношением

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = - \frac{\text{const}}{T^2}. \quad (7.21)$$

Из этого выражения следует, что для повышения чувствительности болометра следует охлаждать его до очень низких температур. В настоящее время разработан целый ряд полупроводниковых болометров с рабочей температурой $T_0 = 4,2$ К и менее [7.14]. Максимальные значения чувствительности таких приборов составляют более 10^7 В/Вт.

Существуют и **сверхпроводящие болометры**. В этих приборах используется резкое изменение сопротивления в переходной области от обычного состояния к сверхпроводящему.

Болометры в зависимости от их конструкции можно использовать для измерения мощности электромагнитного излучения в интервале от видимой области спектра до микроволновой¹⁾. В самое последнее время спектральная область применения болометров расширилась до мягких рентгеновских лучей и вакуумного ультрафиолета. Созданы также детекторы нейтральных частиц [7.24]. Постоянная времени T_E болометров обычно лежит между 15 и 50 мс.

7.3.4. Ячейка Голея

Ячейка Голея представляет собой пневматический приемник излучения. Она была разработана Голеем в 1947 г. Поглощение излучения в небольшом датчике, помещенном в объем газа, приводит к разогреву этого газа и повышению давления. Давление можно измерить различными способами. Голей использовал для этого прогиб мембраны, на которой было закреплено зеркало. Перемещение мембраны фиксировалось по отражению пучка света. Емкостный способ позволяет измерять прогиб мембраны по изменению емкости конденсатора, который образуют мембрана ячейки и другая неподвижная твердая пластинка. Область спектра, в которой могут работать такие пневматические датчики, тоже простирается

¹⁾ См. [7.41*]. — Прим. перев.

от видимого света до длин волн порядка нескольких миллиметров, а постоянная времени составляет 15 мс.

7.3.5. Пироэлектрические детекторы

Пироэлектрический эффект известен уже давно, однако для измерения потоков электромагнитных волн его используют лишь в последние годы. Датчик этого детектора обычно представляет собой сегнетоэлектрический кристалл или керамику. Структура кристаллической решетки этих веществ такова, что они могут обладать постоянной электрической поляризацией P_e . Нагрев такого кристалла приводит к его расширению, а следовательно, к изменению поляризации. Это изменение характеризуется *пироэлектрической константой* p :

$$p(T) = \frac{dP_e}{dT}. \quad (7.22)$$

Такое изменение поляризации можно очень легко измерить, используя сегнетоэлектрический кристалл в качестве диэлектрического промежутка в конденсаторе. Если A — площадь сечения конденсатора, то при поляризации на пластинах конденсатора появляется электрический заряд $Q_e = P_e A$, а ток при изменении поляризации равен

$$I = \frac{dQ_e}{dt} = A \frac{dP_e}{dT} \frac{dT}{dt} = p(T) A \frac{dT}{dt}. \quad (7.23)$$

Комплексная частотная зависимость детектора, связывающая величину тока I с мощностью падающего излучения, в соответствии с (7.9) имеет вид

$$H_I(\omega) = \frac{I}{P} = pA \frac{i\omega R_Q}{1 + i\omega R_Q C_Q}. \quad (7.24)$$

Эквивалентная электрическая схема пироэлектрического детектора представляет собой источник тока с емкостью C_D и параллельным сопротивлением R_D (внешнее рабочее сопротивление). Эта схема приведена на рис. 7.3.

Выходное напряжение U равно

$$\frac{U}{I} = \frac{R_D}{1 + i\omega R_D C_D} = H_D(\omega). \quad (7.25)$$

Произведение выражений (7.24) и (7.25) даст нам частотную зависимость выходного напряжения детектора

$$H_U(\omega) = \frac{U}{P} = i\omega\rho AR_D R_Q \frac{1}{1 + i\omega R_D C_D} \frac{1}{1 + i\omega R_Q C_Q}. \quad (7.26)$$

Эта частотная зависимость характеризуется двумя граничными частотами: $\omega_{g1} = 1/R_D C_D$ и $\omega_{g2} = 1/R_Q C_Q$. Она, следовательно, описывает как электрические, так и тепловые свойства детектора. В каждом конкретном случае величина $H_U(\omega)$ зависит еще и от

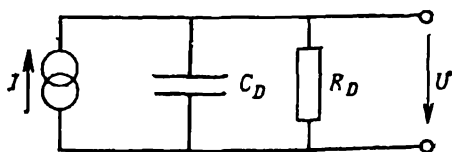


Рис. 7.3. Эквивалентная схема для пироэлектрического детектора.

изменения рабочего сопротивления (а следовательно, от R_D).

При очень малых частотах $|H_U(\omega)| \sim \omega$, а при очень высоких частотах ($\omega \gg \omega_{g1}, \omega_{g2}$): $|H_U(\omega)| \sim \sim \omega^{-1}$. Между двумя граничными частотами при $\omega_{g1} \gg \omega_{g2}$ справедливо приближенное выражение

$$H_U(\omega) = \frac{\rho AR_D}{C_Q}. \quad (7.27)$$

Иными словами, $H_U(\omega)$ не зависит от частоты. Высокие значения чувствительности получаются при малой теплоемкости, большом пироэлектрическом коэффициенте и высоком рабочем сопротивлении. В пироэлектрических детекторах в качестве рабочих материалов обычно используют триглицинсульфат, LiTaO_3 или спеченные керамики титаната циркония и свинца или ниобата бария и стронция.

В инфракрасной области спектра пироэлектрические детекторы обладают наиболее высокой чувствительностью по сравнению со всеми другими неохлаждаемыми детекторами. Их используют как быстрые детекторы для интенсивного лазерного излучения с

полосой частот до 1 ГГц (при этом их чувствительность сильно понижена). Пирозлектрические детекторы применяют также для измерения энергии импульсного излучения в спектральном интервале от 1 нм до 1 мм.

Пирозлектрический видикон представляет собой пластину пирозлектрического материала толщиной около 10 мкм. Этот прибор используют для получения изображений в инфракрасной области от 1 до 30 мкм [7.32]. Модулированное излучение вызывает локальные изменения поляризации, которые измеряются с помощью электронного пучка и преобразуются в видеосигнал.

7.4. Фотоэмиссионные детекторы¹⁾

7.4.1. Вакуумные фотоэлементы

Принцип действия вакуумных фотоэлементов основывается на так называемом внешнем фотоэффекте, который был открыт в 1887 г. Г. Герцем, исследован в 1888 г. В. Хальваксом²⁾ и объяснен в 1905 г. А. Эйнштейном. В откачанной и запаянной стеклянной или кварцевой трубке помещены катод K и анод A . Пусть на катод попадают кванты света, энергия которых $h\nu$ больше работы выхода W_A электронов. В этом случае электроны будут выбиваться из катода. Их кинетическая энергия определяется *фотоэлектрическим уравнением (соотношением Эйнштейна)*

$$E_{кин} = h\nu - W_A. \quad (7.28)$$

Количество таких электронов (их называют фотоэлектронами) прямо пропорционально (случай монохроматического света) количеству падающих фотонов. Отношение этих величин называют **квантовым выходом** η . Под воздействием напряжения, приложенного между катодом и анодом, электроны летят к аноду и вызывают во внешнем контуре ток I . Этот ток, так же как и падение напряжения U_R на рабо-

¹⁾ См. [7.42*, 7.44*, 7.45*]. — Прим. перев.

²⁾ Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены А. Г. Столетовым (1888 г.). [Столетов А. Г. Избр. соч. — М — Л., 1950.]

чем сопротивлению R , пропорционален потоку излучения P , падающему на катод. На рис. 7.4 показаны принципиальные схемы для двух вариантов расположения катода.

В случае непрозрачного фотокатода светочувствительный слой нанесен на поверхность металла и электроны покидают катод с той стороны, на которую падает свет. Из-за высокой работы выхода чисто металлические катоды можно использовать только

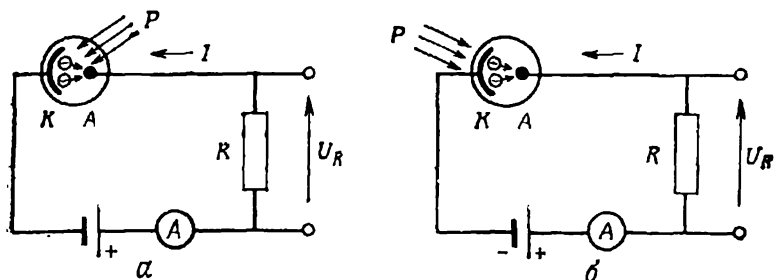


Рис. 7.4. Устройство фотоэлемента с непрозрачным фотокатодом (а) и с полупрозрачным фотокатодом (б).

в области ближнего и дальнего ультрафиолета. В случае полупрозрачного фотокатода кванты света проходят сквозь катод, а электроны под действием света вылетают с другой стороны катода.

Вакуумные фотоэлементы отличаются относительно простым устройством и простотой электрической измерительной схемы, равно как и постоянством свойств в течение длительного времени. Рассмотрим основные характеристики этих приборов.

Вольт-амперная характеристика

На рис. 7.5 показан типичный ход вольт-амперных характеристик высоковакуумного фотоэлемента. Фототок быстро возрастает с увеличением приложенного напряжения и уже при относительно малых напряжениях достигает области насыщения, в которой работают фотоэлементы. При насыщении все выбитые фотозэлектроны достигают анода. Небольшое повышение фототока с ростом напряжения может иметь различные причины.

Линейность

При постоянном напряжении фототок в очень широкой области прямо пропорционален потоку излучения, падающего на катод. Правда, следует подчеркнуть, что при этом постоянно должна быть освещена одна и та же площадь катода, поскольку квантовый выход светочувствительного слоя может меняться от места к месту. Поэтому обычно весь катод полностью освещают.

При очень высоких потоках излучения линейность ограничена по двум причинам. Если катод долгое

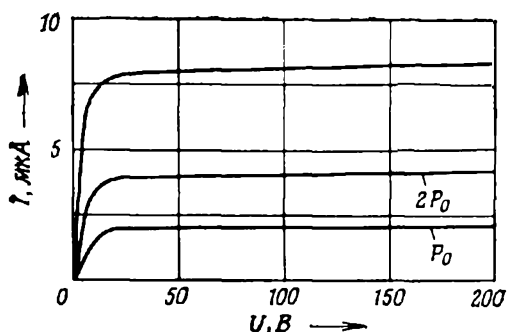


Рис. 7.5. Вольт-амперные характеристики типичного высоковакуумного фотоэлемента для трех разных интенсивностей падающего излучения.

время интенсивно освещать светом, то его квантовый выход падает. Он восстанавливается после небольшой паузы. В этом случае говорят о так называемой усталости. Необратимые изменения квантового выхода называют старением. К сожалению, эти необратимые изменения возникают, если освещать фотокатод без приложенного к фотоэлементу напряжения. Поэтому высокочувствительные фотокатоды необходимо беречь от воздействия солнечного света и яркого искусственного освещения. Особенно чувствительны катоды, содержащие цезий, поскольку этот металл сравнительно легко испаряется из светочувствительного слоя.

Явления усталости зависят прежде всего от экспозиции H . Поэтому при коротких импульсах фотокатоды можно эксплуатировать до очень высоких потоков излучения. Однако в этом случае объемный заряд

свободных электронов в конце концов ограничивает фототок через фотоэлемент и приводит к нелинейности характеристик.

Спектральная чувствительность

Квантовый выход фотокатода зависит от длины волны падающего света. Он определяется материалом фотокатода, технологическими процессами его изготовления из различных компонентов и т. д. Все эти причины приводят к большому разбросу величин

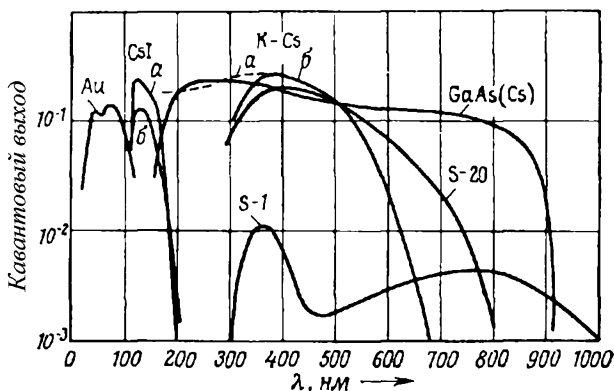


Рис. 7.6. Зависимость квантового выхода от длины волны.

квантового выхода. Работа выхода W_A определяет пороговое значение длины волны, выше которой при облучении катода не происходит фотоэмиссии: $\lambda \leq \leq hc/W_A$. Пропускание материала, из которого изготовлены оптические окна, ограничивает спектральную чувствительность в коротковолновой области.

В справочниках вместо квантового выхода приводят значения **спектральной чувствительности** S , которая равна отношению фототока I к потоку падающего излучения P :

$$S(\lambda) = \frac{I}{P} = \eta(\lambda) \frac{e\lambda}{hc}, \quad [S] = \frac{\text{А}}{\text{Вт}}. \quad (7.29)$$

На рис. 7.6 показаны спектральные зависимости квантового выхода для некоторых фотокатодов. Золото и другие металлы (платина, вольфрам) имеют кванто-

вый выход от 10 % и выше в области между 40 и 100 нм [7.28]. Поэтому эти вещества можно использовать в области вакуумного ультрафиолета без оптических окон. Особенно высокие величины квантового выхода имеют CsI и CsTe (при длинах волн ниже 100 нм). Однако эти катоды очень быстро разрушаются на воздухе, поэтому их можно использовать только в закрытых фотоэлементах. Общий квантовый выход такого прибора зависит от пропускания окна из MgF_2 . Спектральные характеристики фотоэлементов с непрозрачным (а) и полупрозрачным (б) фотокатодами различаются. Эти катоды совершенно нечувствительны в видимой области спектра.

Катоды для видимой и ультрафиолетовой областей спектра обычно содержат щелочные металлы, которые обладают низкой работой выхода. Очень высокими квантовыми выходами в синей и ультрафиолетовой областях спектра обладают фотокатоды, содержащие одновременно два щелочных металла. Это хорошо видно на примере кривой для катода $K - Cs$ в фотоэлементах, изготовленных из кварцевого (а) и боросиликатного (б) стекол.

Катоды на основе $Ag - O - Cs$ обозначены символом S-1. Хотя они имеют относительно низкий квантовый выход, их чувствительность простирается в инфракрасной области до 1000 нм. Высокой чувствительностью в красной области спектра обладают многокомпонентные катоды из щелочных металлов ($Na - K - Sb - Cs$). Спектральная кривая такого катода со стеклянным окном обозначена на рисунке символом S-20. Такие S-обозначения были первоначально присвоены сорока наиболее распространенным фотокатодам. В настоящее время изготовители фотокатодов часто используют собственные обозначения. Обычно фотокатоды характеризуются не только величиной S , но, если необходимо, и составом, материалом оптического окна и общей спектральной кривой чувствительности.

К наиболее новым разработкам относятся $GaAs(Cs)$ -фотокатоды. Эти катоды при высоком квантовом выходе имеют почти постоянную чувствительность в очень широкой области спектра.

Для катодов, работающих в видимой области спектра, в справочниках обычно приводят интеграль-

ную светочувствительность S_K . Ее определяют, освещая катод лампой накаливания с вольфрамовой спиралью, имеющей цветовую температуру 2856 К. Если $P(\lambda)d\lambda$ — поток излучения, падающий на катод в интервале спектра $d\lambda$, то общий поток света P_v равен

$$P_v = K_m \int_{380 \text{ нм}}^{780 \text{ нм}} V(\lambda) P(\lambda) d\lambda, \quad (7.30)$$

где $V(\lambda)$ — спектральная светочувствительность глаза (разд. 6.1), а K_m — фотометрический эквивалент излучения (гл. 2):

$$K_m = 683 \text{ лм/Вт}. \quad (7.31)$$

Тогда светочувствительность катода равна

$$S_K = \frac{1}{K_m} \frac{\int S(\lambda) P(\lambda) d\lambda}{\int V(\lambda) P(\lambda) d\lambda} \quad \text{и} \quad [S_K] = \text{А/лм}. \quad (7.32)$$

Величины S_K обычно составляют от 20 до 300 мкА/лм. Чувствительность катодов на основе арсенида галлия может достигать 600 мкА/лм.

Полоса частот

Простое устройство и малое время свободного пробега электронов между катодом и анодом приводят к тому, что фотоэлементы обладают очень большим быстродействием. Процесс эмиссии каждого электрона очень сложным образом зависит от типа катода [7.14]: электроны освобождаются при поглощении фотонов на катоде, затем происходит перенос электронов вдоль поверхности, после чего электроны покидают поверхность, преодолев поверхностный потенциал. Тем не менее вся эта последовательность процессов занимает очень мало времени. Поэтому полоса частот, в которой могут работать фотоэлементы, в значительной мере определяется геометрическим расположением электродов и работой электрической измерительной схемы.

В наиболее простом варианте фотоэлемент напоминает вакуумный диод с плоскими электродами. Импульс тока от отдельного электрона имеет треугольную форму (см. рис. 6.6 и 6.7). Пусть расстоя-

ние между электродами равно d , а приложенное напряжение U , тогда ускорение электрона равно

$$a = \frac{e}{m} \frac{U}{d}, \quad (7.33)$$

а время свободного пробега τ между электродами составит

$$\tau = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \frac{2d}{\sqrt{2(e/m)U}}. \quad (7.34)$$

Спектр треугольного импульса [выражение (6.42)] позволяет определить верхнюю граничную частоту ω_g [7.15]:

$$\omega_g = \pi/\tau. \quad (7.35)$$

Из (7.34) получим

$$\nu_g = \frac{1}{2\tau} = \frac{\sqrt{2(e/m)U}}{4d}. \quad (7.36)$$

Для типичного фотоэлемента с $d = 1$ см и рабочим напряжением $U = 200$ В получим время жизни $\tau \simeq 2,4$ нс, а граничная частота составит $\nu_g \simeq 200$ МГц. Иногда используют специальные фотоэлементы, у которых при расстоянии между электродами $d = 2$ мм рабочее напряжение равно 3 кВ. В этом случае время жизни электрона составляет всего 0,12 нс, а полоса частот расширяется до 4 ГГц. Электрическую измерительную схему для такого прибора следует проектировать очень тщательно, чтобы не оказалось, например, что полоса частот экспериментальной установки ограничена паразитными емкостями. При рабочем сопротивлении R сумма C всех этих паразитных емкостей не должна превышать определенного значения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{RC} &> \frac{\pi}{\tau}, \\ C &< \frac{\pi}{\pi R}. \end{aligned} \quad (7.37)$$

В случае быстродействующих фотоэлементов это означает, что $C < 0,8$ пФ при $R = 50$ Ом. В таких приборах электроды должны иметь соответствующую геометрическую форму, чтобы время свободного пробега всех электронов было одинаковым.

Шумы

При высоких интенсивностях излучения шум фотоэлемента в основном определяется дробовым шумом фототока (см. разд. 6.3.3):

$$\overline{\Delta I_S^2} = 2eI\Delta\nu = 2e\Delta\nu \int S(\lambda) P(\lambda) d\lambda. \quad (7.38)$$

К нему добавляется тепловой шум рабочего сопротивления (см. разд. 6.3.2). Формула Найквиста (6.26), переписанная соответствующим образом для флуктуаций тока, имеет вид

$$\Delta I_R^2 = 4kT\Delta\nu/R. \quad (7.39)$$

При малых значениях фототока следует учитывать так называемый *темновой ток* I_D и связанный с ним дробовой шум. Темновым называется ток, который течет через детектор даже при отсутствии освещения. Он может иметь различные причины, однако основной вклад вносит термоэмиссия электронов из катода I_D^* . Она описывается известным **уравнением Ричардсона**

$$I_D^* = aAT^2 e^{-eW_A/kT}. \quad (7.40)$$

Здесь A — площадь поверхности фотокатода, а a — постоянная Ричардсона. Ее теоретическое максимальное значение составляет $a = 1,20 \cdot 10^6 \text{ А}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^2)$. Величина a у полупроводников меньше, чем у металлов. Технологические особенности изготовления фотоэлементов могут существенно влиять на значение a . Это значит, что у полупроводниковых катодов работа выхода термоэмиссии не всегда равна работе выхода фотоэмиссии. Сильная температурная зависимость I_D позволяет существенно понизить темновой ток, охлаждая фотокатод.

Дополнительный вклад в темновой ток вносят токи утечки, а также радиоактивный фон. Излучение радиоактивного фона либо непосредственно выбивает электроны с катода, либо приводит к испусканию квантов света при взаимодействии со стенками или электродами.

Шум темнового тока также описывается уравнением Шотки. Поскольку различные вклады в общую величину шума не зависят друг от друга, средние квадраты флуктуаций этих шумов складываются, а

общее отношение сигнал — шум для фотоэлементов имеет вид

$$\frac{S}{N} = \frac{I^2}{2e\Delta\nu \left(I + I_D + \frac{2kT}{eR} \right)}. \quad (7.41)$$

Тепловые шумы сопротивления преобладают над шумом темнового тока для всех нагрузочных сопротивлений, которые удовлетворяют условию

$$R < 2kT/eI_D. \quad (7.42)$$

Значения темнового тока (7.40), приведенные в справочниках, показывают, что соотношение (7.42) обычно выполняется, особенно когда измеряют малые токи с большим временным разрешением (высокой предельной частотой $\omega_g = 1/RC$). Здесь проявляется одно из основных преимуществ фотоэлектронного умножителя: высокий собственный коэффициент усиления (см. разд. 7.4.2).

По сравнению с дробовым шумом тока сигнала I тепловые шумы сопротивления пренебрежимо малы при

$$I > 2kT/eR, \quad (7.43)$$

$$IR > 2kT/e. \quad (7.44)$$

Известно, что при комнатной температуре ток сигнала в фотоэлектронном умножителе создает напряжение на рабочем сопротивлении: $IR > 50$ мВ. В этих случаях отношение сигнал — шум $S/N > kT/(2e^2R\Delta\nu)$ очень велико даже при регистрации быстропротекающих процессов.

Газонаполненные фотоэлементы

Если наполнить фотоэлемент благородным газом (например, аргоном), то первичные электроны, ускоренные электрическим полем, смогут ионизовать атомы газа. При этом возникают так называемые лавины, а первичный фототок усиливается (до 100 раз). В то же время положительные ионы очень медленно перемещаются к катоду, поэтому верхний порог частоты таких детекторов не превышает примерно 10 кГц.

7.4.2. Фотозлектронный умножитель (ФЭУ)

Фотозлектронный умножитель устроен таким образом, что в одной и той же откачанной колбе находятся обычный фотоэлемент и усилитель фототока, основанный на явлении вторичной электронной эмиссии. В таком приборе первичный фототок может усиливаться при небольшом уровне шума в 10^3 — 10^9 раз в широком интервале рабочих частот. На рис. 7.7 показана принципиальная схема фотозлектронного умножителя.

Электроны, выбитые с фотокатода (потенциал V_K) под действием падающего света, ускоряются электри-

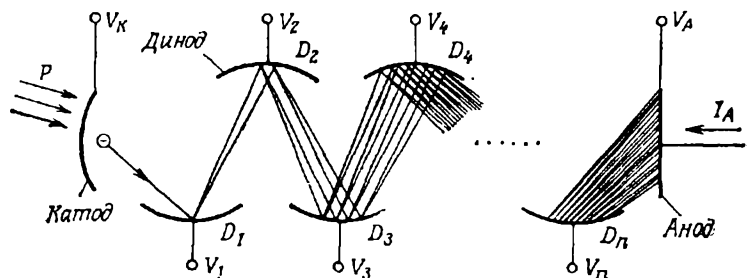


Рис. 7.7. Принцип действия фотозлектронного умножителя.

ческим полем и попадают на первый динод (потенциал V_1). Ускоренные первичные электроны обладают достаточно высокой кинетической энергией и вызывают вторичную эмиссию электронов с первого динода. Отношение количества вторичных электронов к количеству первичных электронов называют коэффициентом вторичной электронной эмиссии δ . Он зависит от материала динода, угла падения первичных электронов и от обработки поверхности. Коэффициент δ возрастает с увеличением кинетической энергии падающих электронов [7.14]. При 200 эВт величина δ для наиболее распространенных материалов динодов составляет от 4 до 14.

Вторичные электроны с первого динода ускоряются и попадают на второй динод. Процесс размножения электронов повторяется до последнего динода в умножителе. Если такой прибор содержит n динодов, то принято говорить о n -ступенчатом фотозлек-

тронном умножителе. Фототок между катодом и первым динодом равен I , а ток между последним динодом и анодом равен

$$I_A = \delta_1 \delta_2 \delta_3 \dots \delta_n I. \quad (7.45)$$

Если коэффициенты вторичной электронной эмиссии одинаковы для всех динодов, то коэффициент усиления M определяется выражением

$$M = \delta^n. \quad (7.46)$$

Фотоэлектронные умножители конструируются таким образом, что электроны между динодами не только ускоряются, но и фокусируются. В настоящее время используется целый ряд фотоэлектронных умножителей с различной конструкцией динодов (жалюзийного типа, коробчатого типа, крестообразно расположенные цилиндрические диноды). В справочниках описаны преимущества и недостатки динодов разной конструкции (в зависимости от области их применения).

Напряжения подаются на отдельные электроды фотоумножителя через делитель. При этом обычно анод находится при нулевом потенциале, а на катод подается высокое отрицательное напряжение. Питательное напряжение U_K должно быть хорошо стабилизировано, чтобы понизить флуктуации коэффициента усиления. С другой стороны, должна быть предусмотрена возможность непрерывного или ступенчатого изменения U_K : меняя U_K , можно увеличить или уменьшить коэффициент вторичной электронной эмиссии и добиться нужного усиления. На рис. 7.8 показана принципиальная электрическая схема подключения фотоэлектронного умножителя. При непрерывном освещении конденсаторы C_n не нужны. Значения сопротивлений в делителе или по меньшей мере соотношение между сопротивлениями рекомендует изготовитель прибора.

Ток в делителе напряжения должен быть выбран достаточно большим, чтобы токи в отдельных динодах были малы по сравнению с ним. В противном случае напряжения на последних ступенях будут падать из-за высоких токов через диноды, а напряжения на первых ступенях (при постоянном питающем напряжении) возрастут. Это приведет к изменению

коэффициента усиления. Обычно анодный ток не должен превышать 1 % тока в делителе. В импульсном режиме работы могут все же возникать высокие анодные токи; этому препятствуют конденсаторы, подключенные параллельно последним ступеням усилителя. Емкость конденсаторов можно легко рассчитать, если известны максимальный анодный ток и длительность импульса. Нужно, чтобы падение напряжения на одной ступени не превышало 1 % за время им-

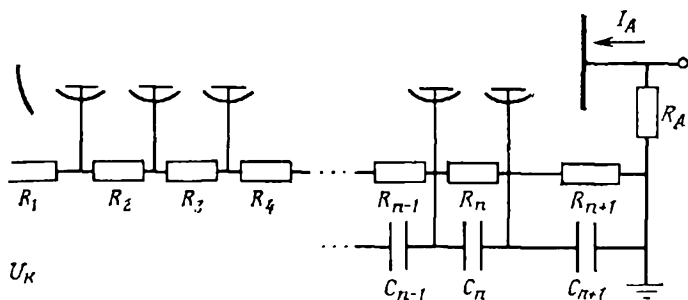


Рис. 7.8. Электрическая схема подключения фотоэлектронного умножителя.

пульса Δt . Это значит, что $\Delta U/U = 0,01$ и $\Delta Q = C_{n+1}\Delta U = I_A\Delta t$. Тогда для последнего конденсатора получаем

$$C_{n+1} = 100 \frac{I_A \Delta t}{I R_{n+1}}. \quad (7.47)$$

Для предыдущей ступени емкость C должна быть меньше в соответствии с коэффициентом усиления данного диода. При расчете электрической схемы подключения фотоэлектронного умножителя следует помнить, что нельзя превышать максимальной нагрузки на прибор, указанной изготовителем. Для большинства фотоэлектронных умножителей средний анодный ток не должен превосходить 100 мкА.

Теперь рассмотрим основные характеристики фотоэлектронных умножителей.

Линейность

При правильном подключении фотоэлектронных умножителей наблюдается отличная линейная связь между анодным током и потоком падающего света.

Изготовители приводят данные о том, что отклонения от линейности не превышают 3 % при изменении тока (и соответственно интенсивности света) на 8 порядков величины. Основной причиной нелинейности является объемный заряд, возникающий при больших токах. Область объемного заряда появляется прежде всего между двумя последними динодами [7.29]. Поэтому для очень больших анодных токов были разработаны специальные фотоэлектронные умножители, в которых на последние ступени подается особенно высокое ускоряющее напряжение или между анодом и последним динодом вводится дополнительная ускоряющая сетка, которая препятствует возникновению объемного заряда. При больших фототоках и малых коэффициентах усиления объемный заряд появляется между катодом и первым динодом (такое явление мы уже обсуждали применительно к вакуумному фотоэлементу). Кроме того, для фотоэлектронного умножителя справедливо все сказанное выше относительно «засветки» катода, а также явлений усталости и старения.

Коэффициент усиления

Коэффициент вторичной электронной эмиссии δ можно описать следующим выражением:

$$\delta \approx B(E_{\text{кин}})^{\gamma}; \quad (7.48)$$

здесь B — постоянная, $E_{\text{кин}}$ — кинетическая энергия падающих электронов, γ — коэффициент, который зависит от материала и геометрии анода. Величина γ в большинстве случаев составляет от 0,7 до 0,8. Уравнение (7.46) позволяет получить зависимость между коэффициентом усиления и питающим напряжением U_K :

$$M \approx B^* U_K^n. \quad (7.49)$$

В двойных логарифмических координатах эта зависимость имеет вид прямой линии. Кривые усиления большинства фотоэлектронных умножителей действительно подчиняются этому закону. Однако для измерительных целей необходимо определять $M = f(U_K)$.

Из выражения (7.49) видно, насколько важна стабилизация питающего напряжения. Каждая флуктуация ΔU_K многократно усиливается в многоступенча-

том приборе и сказывается на коэффициенте усиления как

$$\frac{\Delta M}{M} = \gamma n \frac{\Delta U_K}{U_K}. \quad (7.50)$$

К сожалению, уже небольшие магнитные поля отклоняют электроны от их обычных траекторий и сильно понижают коэффициент усиления тока. В наиболее неблагоприятных случаях коэффициент усиления понижается в 10 и более раз уже при воздействии полей порядка 0,5 мТл и меньше. Поскольку напряженность магнитного поля Земли составляет по порядку величины 0,05 мТл, то каждый фотоэлектронный умножитель обязательно должен быть экранирован. Часто бывает достаточно экрана из магнитомягкого материала. В сильных магнитных полях такие сплавы быстро намагничиваются до насыщения, поэтому необходимо устанавливать второй внешний экран (обычно стальной цилиндр).

Спектральная чувствительность

Катодная спектральная чувствительность совпадает с характеристиками фотоэлемента, в котором первый диод служит анодом. Все остальные отличия фотоэлектронных умножителей от фотоэлементов могут только ограничить спектральные характеристики. Из-за многократного усиления первичного фототока анодная спектральная чувствительность зависит от питающего напряжения, а также [в соответствии с (7.32)] от общей светочувствительности фотоэлектронного умножителя.

Частотные характеристики

Из-за большого усиления даже один фотоэлектрон, вылетевший с фотокатода, приводит к появлению на выходе измеримого импульса анодного тока. Этот импульс можно использовать для описания свойств фотоэлектронного умножителя. Процедура в принципе не отличается от описанной в п. 5.2.2.1.

Анодный импульс тока шире исходного импульса от одного электрона на время, за которое электрон проходит от катода до анода. Оно зависит от конструкции фотоэлектронного умножителя. В наиболее распространенных приборах это время составляет

10—100 нс. Это обстоятельство следует учитывать, иначе возникнут ошибки в интерпретации данных. Разброс времен пробега электронов связан с тем, что разные электроны проходят в приборе путь различной длины. Это обстоятельство тоже сказывается на форме анодного импульса тока. В справочниках обычно приводят время нарастания T_A , которое лежит в интервале от 2 до 15 нс, хотя в некоторых приборах оно может быть меньше 1 нс. Верхняя пороговая частота ν_g определяется из (5.25) как

$$\nu_g = 0,35/T_A. \quad (7.51)$$

Время пробега электронов и время нарастания импульса понижаются с увеличением напряжения.

Если при работе не требуется максимальных коэффициентов усиления, то можно легко уменьшить время нарастания импульса, если отказаться от последних динодов и повысить напряжения на первых динодах. При этом последний используемый динод служит анодом. На одном из недорогих фотоэлектронных умножителей (IP28) удалось понизить время нарастания импульса до 0,36 нс [7.3].

Шумы

Флуктуации фототока I и темновой катодный ток I_D усиливаются так же, как и основной фототок. Вклад шума в анодный ток равен в этом случае

$$\overline{\Delta I_A^2} = 2eM^2(I + I_D)\Delta\nu. \quad (7.52)$$

Флуктуации вторичной электронной эмиссии повышают шум в $\delta/(\delta - 1)$ раз [7.15]. С учетом теплового шума в рабочем сопротивлении отношение сигнал — шум анодного тока $I_A = MI$ имеет вид

$$\frac{S}{N} = \frac{I_A^2}{\Delta I_A^2} = \frac{I^2}{\left[2e\Delta\nu(I + I_D) \frac{\delta}{\delta - 1} + \frac{4kT\Delta\nu}{M^2R} \right]}. \quad (7.53)$$

Из-за большого усиления тока тепловые шумы сопротивления пренебрежимо малы (по сравнению с обычным фотоэлементом), поэтому

$$\frac{S}{N} \approx \frac{I^2}{2e\Delta\nu(I + I_D) \delta/(\delta - 1)}. \quad (7.54)$$

Следовательно, отношение S/N в основном определяется дробовым шумом фототока и катодного темного тока. При малых I эти шумы можно понизить, охлаждая фотоэлектронный умножитель.

7.4.3. Фотоэлектронные умножители с неразделенными динодами

7.4.3.1. КАНАЛЬНЫЙ ФОТОЭЛЕКТРОННЫЙ УМНОЖИТЕЛЬ

Канальный фотоэлектронный умножитель (рис. 7.9) представляет собой прибор с непрерывными динодами, тоже основанный на эффекте вторичной электронной эмиссии¹⁾. Такой фотоэлектронный умножитель представляет собой трубку из стекла с определенными свойствами. (Такие трубки обычно делают из специального свинцового стекла.) На внутреннюю по-

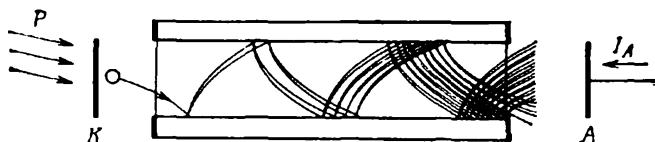


Рис. 7.9. Принцип действия канального фотоэлектронного умножителя.

верхность трубки наносится слой, обладающий нужными характеристиками вторичной электронной эмиссии. При этом электросопротивление между концами трубки должно быть порядка 10^9 Ом. На концах трубки расположены контакты, которые обычно изготовлены из хрома, хромоникелевого сплава или из сплава инконель²⁾. К этим электродам приложено стабилизированное высокое напряжение. Такой прибор работает только при хорошем вакууме, с давлением остаточных газов существенно ниже 10 мПа, иначе внутри возникает дуговой разряд.

Когда электрон, выбитый с фотокатода, попадает на внутреннюю стенку, он выбивает с нее вторичные электроны, которые летят в направлении более высокого потенциала. Когда эти электроны вновь встретят

¹⁾ См. [7.46*]. — Прим. перев.

²⁾ Инконель — общее название семейства сплавов на основе никеля, содержащих хром, железо и другие металлы. — Прим. перев.

стенку канала, процесс повторяется: в трубке формируется электронная лавина, которая в конечном счете достигает анода.

Усиление зависит [в соответствии с (7.46)] от числа соударений со стенкой, от среднего коэффициента вторичной электронной эмиссии δ и от приложенного напряжения. Если рассмотреть траекторию полета электронов в однородном электрическом поле, то станет ясно, что на характеристики прибора влияет также отношение длины к внутреннему диаметру трубки. Чтобы сохранить одинаковый коэффициент усиления при постоянном напряжении, нужно, укорачивая каналы, одновременно уменьшать их диаметр [7.37].

Неизогнутые каналные фотоэлектронные умножители позволяют достичь усиления 10^3 — 10^5 , поскольку в них развивается неустойчивость, связанная с ионной обратной связью: сильные электронные лавины вблизи выхода из канала заметно ионизуют остаточные молекулы газа. Получившиеся ионы летят обратно к катоду, где вновь выбивают вторичные электроны с катода или внутренней стенки. Эти вторичные электроны еще больше увеличивают электронную лавину. Изгибая трубку, можно избежать такой обратной связи: ионы попадают на стенку еще до того, как они получают достаточную энергию, чтобы вызывать вторичную электронную эмиссию. Электронные умножители, имеющие внутренний диаметр 1 мм и длину от 5 до 10 см, позволяют достичь коэффициента усиления 10^8 при напряжениях около 3 кВ. При более высоких коэффициентах усиления электронная лавина приводит к образованию облака объемного заряда возле анода и наступает насыщение. Кроме того, высокая плотность тока в канале заметно снижает потенциал на стенке, поэтому число электронов на выходе не может быть больше 10^8 на один электрон, выбитый с фотокатода. Если в соответствующих фотоэлектронных умножителях между последними диодами ставят конденсаторы, то в канальном умножителе недостаток электронов восполняется за счет тока по стенке прибора. Поскольку ток по стенке прибора обычно лежит в интервале от 1 до 40 мкА, для этого требуется время от 0,4 до 16 мс. Оно определяет так называемое мертвое время счетчика. В таком режиме каналный фотоэлектронный умножитель

используют в качестве счетчика первичных электронов, а следовательно, и попадающих на ФЭУ квантов или частиц [7.38]. Продолжительность импульса составляет при этом около 20 нс.

Если такой прибор используют не для счета импульсов, а в **режиме усиления тока**, то необходимо, чтобы средний анодный ток не превышал 1 % тока по стенке. Это позволяет добиться линейности усиления, хотя удовлетворительная линейность сохраняется до значений анодного тока, равных 5 % тока по стенке. Темновой ток прибора соответствует примерно 0,1—0,5 первичного электрона в секунду. Кроме этого, каналный фотоэлектронный умножитель относительно нечувствителен к влиянию магнитных полей.

На практике каналные фотоэлектронные умножители обычно не содержат отдельного катода, а выполняются с воронкообразным входом. Их чаще всего применяют для измерения электромагнитного излучения в рентгеновской области и в области вакуумного ультрафиолета, а также для фиксации электронов и ионов. В первом случае внутренняя стенка на входе канала служит фотокатодом, во втором случае падающие заряженные частицы выбивают на этом участке первичные электроны.

При длине волны падающего излучения 120 нм квантовый выход прибора падает до 2 % [7.22], а при 200 нм он составляет уже всего лишь 10^{-4} %. Покрытие с иодидом цезия позволяет изготовить умножители, которые чувствительны и в этой области [7.37]. В интервале между 0,2 и 20 нм квантовый выход прибора понижается из-за поглощения атомами элементов, содержащихся в стеклянных стенках на их внутренней поверхности.

Данные о вероятности индикации электронов с энергиями от 40 до 1000 эВ можно найти, например, в работе [7.27], а сведения для ионов с различными зарядовыми состояниями — в [7.10].

7.4.3.2. ФОТОЭЛЕКТРОННЫЙ УМНОЖИТЕЛЬ НА МИКРОКАНАЛЬНЫХ ПЛАСТИНАХ

Электронный фотоумножитель с микроканальной пластиной состоит из множества (10^4 — 10^7) небольших каналных фотоэлектронных умножителей, кото-

рые плотно упакованы параллельно друг другу [7.37]. Внутренний диаметр каждого из приборов в отдельности лежит обычно в интервале 10—25 мкм, отношение длины к диаметру — между 40 и 100, толщина пластины составляет около 1 мм. Оси каналов либо расположены перпендикулярно поверхностям пластины, на которые нанесены слои металла, служащие электродами для ускоряющего напряжения. либо ос-

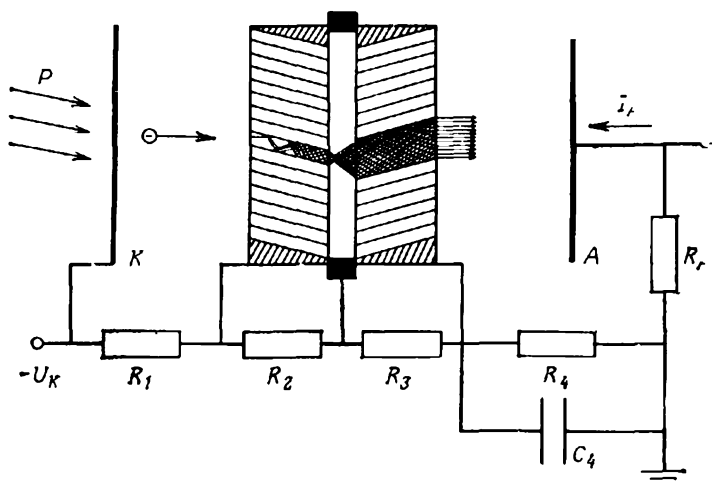


Рис. 7.10. Фотозлектронный умножитель на микроканальной пластине.

разуют угол 5—15° с нормалью к поверхности пластины, чтобы кванты или частицы, летящие вдоль нормали, не могли проходить пластину насквозь, не встречаясь со стенками.

Ионная обратная связь ограничивает усиление такого прибора величиной около 10^4 . Приложенное напряжение обычно достигает при этом 1 кВ. Более высокие усиления можно получить, располагая дру- за другом две или три микроканальные пластины. В этом случае коэффициент усиления (при напряжении 1 кВ на каждой пластине) достигает 10^6 — 10^7 и даже более 10^8 . Если оси каналов непараллельны, то ионная обратная связь снижается. На рис. 7.10 показано так называемое шевронное расположение двух канальных пластин между фотокатодом К и ано-

дом А. Расстояние между двумя пластинами составляет 50—150 мкм.

В промышленности такой фотоэлектронный умножитель с микроканальными пластинами называют обычно м. к. п. — ФЭУ. Важными преимуществами такого прибора являются малый темновой ток и нечувствительность к магнитным полям, а также малое время нарастания импульса. Если катод расположен непосредственно перед микроканальной пластиной, а анод — вблизи ее выхода, то время пробега электронов может быть ниже 1 нс, а разброс времен пробега при трехступенчатом усилении составляет всего 100 пс. Если прибор содержит всего одну микроканальную пластину, то время нарастания импульса составляет 200 пс, а при трех пластинах — 300 пс.

Спектральная чувствительность прибора прежде всего определяется характеристиками фотокатода (см. разд. 7.4.1). Она зависит и от чувствительности внутренних стенок канала. Как и каналные фотоэлектронные умножители, микроканальные пластины служат прежде всего в качестве детекторов в области рентгеновских лучей и вакуумного ультрафиолета. В отличие от обычных открытых умножителей они могут без всякого ущерба долгое время находиться на воздухе. Нанесение слоя иодида цезия повышает чувствительность не только в области выше 120 нм, но и в области мягкого рентгеновского излучения [7.35]. В [7.37] можно найти сведения о том, как повышается спектральная чувствительность с помощью других покрытий. Более жесткие рентгеновские лучи поглощаются не только на внутренней поверхности стенок, но и во всем объеме свинцового стекла, из которого изготовлены микроканальные пластины. Поэтому в области от 10 до 600 кэВ происходит еще одно повышение вероятности регистрации излучения (от 1 до 2 %). Микроканальные пластины, как и одноканальный фотоэлектронный умножитель, позволяют регистрировать электроны и ионы.

Наибольшее значение микроканальные пластины имеют для **усиления и преобразования изображения**. Для этого анод, показанный на рис. 7.10, заменяют флуоресцирующим экраном, который располагают как можно ближе к микроканальной пластине: электронные лавины из отдельных каналов формируют

соответствующие точки изображения на экране. Электронное изображение на фотокатод фокусируется на входной плоскости микроканальной пластины с помощью электростатической линзы или фотокатод тоже помещают непосредственно у поверхности пластины.

7.5. Полупроводниковые детекторы ¹⁾

7.5.1. Фотосопротивления

В полупроводниках поглощение электромагнитных волн может приводить за счет так называемого внутреннего фотоэффекта к генерации свободных носителей заряда, а следовательно, к изменению их про-

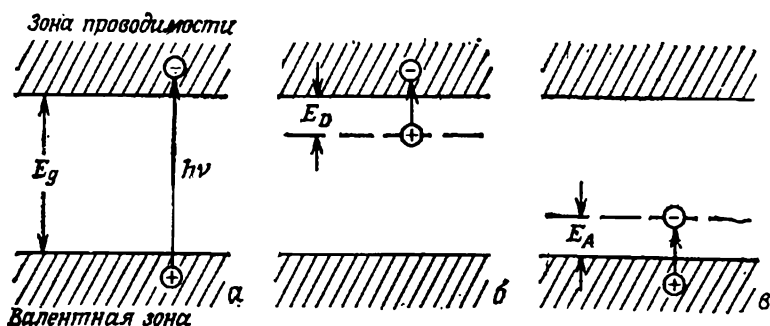


Рис. 7.11. Зонная модель фотопроводимости. а — собственная фотопроводимость; б, в — примесная фотопроводимость.

водимости (ее называют фотопроводимостью). Поглощение света можно наглядно представить с помощью зонной модели. На рис. 7.11 приведена схема образования свободных носителей заряда. В случае собственной фотопроводимости (а) электроны после поглощения квантов перемещаются из валентной зоны V в зону проводимости L : одновременно возникают свободные электроны и дырки. Ширина запрещенной зоны E_g определяет наименьшую энергию фотонов, необходимую для протекания такого процесса, или соответственно наибольшую длину волны света: $\lambda \leq$

¹⁾ См. [7.43*]. — Прим. перев.

$\leq hc/E_g$. В случае примесной фотопроводимости электроны попадают в зону проводимости с донорных уровней (δ), расположенных в запрещенной зоне. В этом случае возникают только свободные электроны. В другом случае электроны из валентной зоны переходят на акцепторные уровни в запрещенной зоне (θ). При этом в валентной зоне остаются подвижные дырки. Поскольку разность энергий E_D между дном зоны проводимости и донорным уровнем, а также E_A между акцепторным уровнем и потолком валентной зоны существенно меньше ширины запрещенной зоны E_g , то соответствующие пороговые энергии квантов тоже будут меньше, чем в случае собственной фотопроводимости (а длины волн соответственно больше).

Временная зависимость концентрации свободных носителей, возникших в результате фотогенерации, описывается дифференциальными уравнениями. В стационарном состоянии скорость генерации свободных носителей равна скорости их рекомбинации. Обозначим Δn плотность свободных электронов, которые возникли в результате фотогенерации в полупроводнике n -типа. Скорость генерации этих электронов равна g , а среднее время жизни в полупроводнике τ (скорость рекомбинации $= \Delta n/\tau$). В случае равновесия

$$\Delta n = g\tau. \quad (7.55)$$

Если в объеме V поглощается излучение мощностью P , то при квантовом выходе η и скорости генерации $g = \eta P/h\nu$

$$\Delta n = \frac{\eta P \tau}{h\nu V}. \quad (7.56)$$

Проводимость полупроводника без воздействия излучения определяется как $\sigma = e\mu$, где μ — подвижность электронов. Тогда относительное изменение проводимости, вызванное освещением, составит

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{\Delta n}{n} = \frac{\tau}{nV} \frac{\eta P}{h\nu}. \quad (7.57)$$

Можно легко измерить соответствующие изменения сопротивления полупроводника $\Delta R/R = -\Delta\sigma/\sigma$. Измерительный контур показан на рис. 7.12.

Из равенства $U_a = U_B R_a / (R_a + R)$ получим изменение напряжения ΔU_a на сопротивлении R_a , вызванное потоком падающего излучения:

$$\Delta U_a = -U_B \frac{R_a \Delta R}{(R + R_a)^2} \text{ для } \Delta R \ll R, \quad (7.58)$$

или, с учетом (7.57),

$$\Delta U_a = U_B \frac{R_a/R}{(1 + R_a/R)^2} \frac{\tau}{nV} \frac{\eta P}{h\nu}. \quad (7.59)$$

Величина ΔU_a достигает максимума, если нагрузочное сопротивление равно фотосопротивлению $R_a = R$.

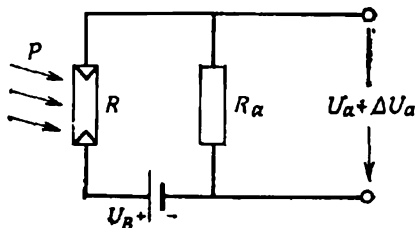


Рис. 7.12. Подключение фотосопротивления к измерительной схеме.

В этом случае выражение для спектральной чувствительности детектора упрощается:

$$S(\lambda) = \frac{\Delta U_a}{P} = \frac{U_B}{4} \frac{\tau}{nV} \frac{\eta(\lambda)}{h\nu}. \quad (7.60)$$

Плотность носителей заряда без излучения n зависит от температуры. Ее можно понизить, охлаждая фотосопротивление. В этом случае желательно большое время жизни носителей заряда, хотя, с другой стороны, оно ограничивает рабочую полосу частот детектора [7.15]. Верхняя граничная частота равна $\nu_g = 1/(2\pi\tau)$.

Фотосопротивления используют в интервале от видимого света до далекой инфракрасной области. В табл. 7.1 приведены данные по спектральной чувствительности для некоторых полупроводников, а также рабочие температуры детекторов.

Шум фотосопротивлений складывается из генерационно-рекомбинационного шума и теплового шума самого фотосопротивления и сопротивления нагрузки.

Таблица 7.1. Характеристики фотопроводимости

Материалы с собственной фотопроводимостью			Материалы с примесной фотопроводимостью		
Материал	Спектральная область, мкм	T, K	Материал	Спектральная область, мкм	T, K
CdS	0,5—0,9	295	Ge: Au	1—9	77
PbS	0,6—3,0	295	Ge: Cu	6—29	4,2
PbS	0,7—3,8	77	Ge: Zn	7—40	4,2
PbSe	0,9—4,6	295	Ge: Sb	40—140	4,2
InSb	0,5—6,5	195			
HgCdTe	2—24	77			

7.5.2. Фотоэлементы и фотодиоды

Фотоэлементы и фотодиоды представляют собой с физической точки зрения один и тот же прибор. Они различаются только режимом работы. В фотоэлементах и фотодиодах используется внутренний фотоэффект в pn -переходе, который возникает на границе между полупроводниками p - и n -типа.

Электроны под действием градиента концентрации диффундируют из n -области в p -область, где они рекомбинируют с дырками. В обратном направлении из материала p -типа в полупроводник n -типа диффундируют дырки, которые рекомбинируют с электронами. В результате такой диффузии образуется двойной электрический слой, обедненный подвижными носителями заряда. Этот слой на границе областей с разным типом проводимости называют слоем пространственного заряда. Он образуется, поскольку в полупроводнике n -типа остаются положительно заряженные донорные ионы, а в полупроводнике p -типа — отрицательно заряженные акцепторные ионы. Пространственный заряд приводит к появлению контактного электрического поля, которое вызывает ток, направленный противоположно диффузионному. В равновесии эти токи на pn -переходе равны. В этом случае энергия Ферми E_F в n - и p -областях одинакова, а общий скачок потенциала в pn -переходе называют контактной разностью потенциала U_D . На рис. 7.13

показаны зонная схема pn -перехода и соответствующая плотность пространственного заряда $\rho(x)$.

Поглощение кванта света в pn -переходе приводит к появлению свободных электронно-дырочных пар. Под действием контактной разности потенциалов электроны движутся в n -область, а дырки — в p -область. Если замкнуть концы этих полупроводников, то в таком контуре потечет ток, называемый током

короткого замыкания. Этот ток в большом интервале величин (несколько порядков) пропорционален количеству падающих фотонов, а следовательно, — потоку излучения. При такой схеме измерения сопротивление регистрирующих приборов должно быть по возможности малым. Напряжение в разомкнутом контуре логарифмически зависит от потока излучения [7.7]. На эквивалентной электрической схеме такой детектор можно изобразить с помощью источника тока, внутреннее сопротивление которого, а также ток короткого замыкания зависят от интенсивности падающего света. Преимущество такой

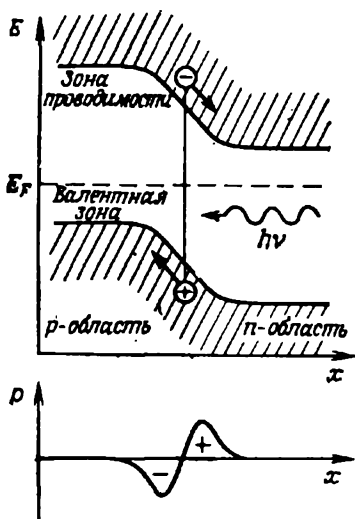


Рис. 7.13. Зонная модель и плотность пространственного заряда вблизи pn -перехода.

схемы работы в качестве **фотоэлемента**¹⁾ состоит в том, что к прибору не нужно прикладывать внешнего напряжения. Такие приборы нашли широкое применение в качестве преобразователей солнечной энергии в электрическую.

Рассмотрим теперь режим работы прибора в качестве **фотодиода**. Если к полупроводнику приложено внешнее напряжение $U < 0$, то потенциальный барьер U_D возрастает (положительный полюс подключен к n -зоне, а отрицательный — к p -зоне). В этом случае

¹⁾ Вентильный режим. — Прим. перев.

электроны уходят из области p -перехода к положительному полюсу, а дырки — к отрицательному полюсу. Область, обедненная подвижными носителями заряда, расширяется, а ее электросопротивление возрастает. Через прибор в этом случае течет очень малый ток насыщения I_D . Диод включен в запирающем направлении.

Поглощение фотонов с соответствующей длиной волны в зоне, обедненной носителями заряда, приводит к генерации электронно-дырочных пар. Образовавшиеся свободные носители перемещаются под действием поля пространственного заряда, и к току насыщения добавляется фототок I , пропорциональный потоку падающего излучения P :

$$I = -\frac{e\eta P}{h\nu}. \quad (7.61)$$

Квантовый выход η определяется как количество электронно-дырочных пар на один поглощенный фотон.

Преимущество работы прибора в режиме фотодиода становится очевидным, если мы рассмотрим вольт-амперные характеристики фотодиода. На рис. 7.14 приведены такие характеристики для различных значений потока излучения P . Видно, что ток не зависит от запирающего напряжения, приложенного к диоду, если оно достаточно велико. Поэтому нагрузочное сопротивление во внешней измерительной цепи может быть (в отличие от фотоэлемента) относительно большим. Падение напряжения на этом сопротивлении не влияет на фототок и на линейную зависимость между фототоком и мощностью падающего излучения.

Частотные характеристики фотодиода определяются в основном емкостью запирающего слоя и значением нагрузочного сопротивления. Поскольку при увеличении запирающего напряжения зона пространственного заряда становится шире, а соответствующая емкость p -перехода понижается, то высокока-

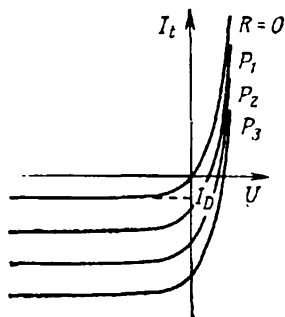


Рис. 7.14. Вольт-амперные характеристики $[I_t = I_0 + I = f(U)]$ фотодиода.

стотный предел работы прибора можно повысить, увеличивая, насколько возможно, рабочее напряжение. Быстродействующие фотодиоды могут работать в области частот порядка нескольких гигагерц. Максимально достижимая частота работы ограничивается в конечном счете диффузией носителя заряда [5.8].

Существуют варианты конструкции фотодиодов, обладающих дополнительными преимуществами для ряда областей применения. Так называемый **pin-фотодиод** содержит между областями *p*- и *n*-типа широкую

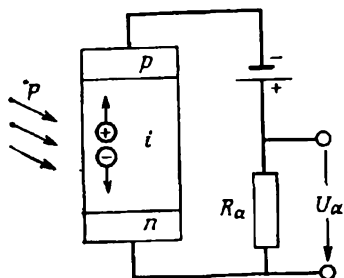


Рис. 7.15. Устройство *pin*-фотодиода.

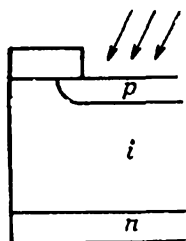


Рис. 7.16. Схема устройства *pin*-фотодиода, освещаемого с фронтальной стороны.

кую высокоомную зону с собственной проводимостью, в которой под действием падающего излучения генерируются электронно-дырочные пары. Электрическое поле, возникшее в этой зоне под действием запирающего напряжения, практически постоянно, а в объеме этой зоны отсутствует пространственный заряд. Такой дополнительный слой с собственной проводимостью существенно понижает емкость запирающего слоя, которая при этом не зависит от приложенного напряжения, что существенно расширяет рабочую полосу частот таких диодов. Высокое сопротивление слоя с собственной проводимостью сильно понижает и темновой ток. На рис. 7.15 показана схема включения *pin*-фотодиода, а на рис. 7.16 схематически изображено его устройство. Падающее излучение должно проникнуть сквозь слой *p*-типа, который поэтому не должен быть слишком толстым.

Лавинные фотодиоды работают при очень высоких запирающих напряжениях (сотни вольт). При этом

носители заряда ускоряются под действием электрического поля и приобретают большую энергию. Эта энергия позволяет им за счет ударной ионизации освобождать новые носители заряда. Таким образом, первичные электроны и дырки, образовавшиеся в результате фотогенерации, лавинообразно размножаются в полупроводнике. Величиной, которая характеризует такой диод, является произведение ширины зоны v_g на усиление M . Для особо быстродействующих диодов достигнуто значение $v_g M = 200$ ГГц [5.4].

Фототранзистор сочетает особенности фотодиода и обычного транзистора. *pn*-Переход между коллектором и базой служит светочувствительной зоной пространственного заряда. Возникший фототок усиливается транзистором. Характерные величины коэффициента усиления лежат между 100 и 700. Поскольку коэффициент усиления зависит от тока, то выходной ток фототранзистора изменяется с увеличением потока падающего света не совсем линейно. По этой причине фототранзисторы редко используют для измерений.

Если привести в контакт металл и полупроводник, то в области такого контакта тоже образуется двойной электрический слой, похожий по свойствам на *pn*-переход. Фотодиоды с таким переходом известны под названием **барьерных фотодиодов Шотки**.

Суммарный шум фотодиодов состоит из дробового шума темнового тока и фототока, а также из темнового шума сопротивления. Дополнительный вклад в шум возникает у лавинных фотодиодов, так как процесс размножения носителей заряда имеет статистическую природу. Охлаждая фотодиоды, можно уменьшить темновой ток.

Основным материалом для изготовления фотодиодов, работающих в видимой и ближней инфракрасной областях спектра, является кремний. При легировании кремний приобретает *n*- или *p*-проводимость. Высокоразвитая технология изготовления полупроводниковых приборов на основе кремния позволяет получить широкий спектр фотодиодов для различных областей применения с разными характеристиками (спектральной чувствительностью, временем нарастания импульса, темновым током, линейностью, внутренним сопротивлением, площадью активной поверх-

ности, габаритами) [7.9, 7.25]. Диоды на основе германия имеют более широкую область спектральной чувствительности, хотя их темновой ток, а следовательно, и уровень шумов существенно выше. В ближней инфракрасной области, кроме того, применяются InGaAsP-детекторы. В табл. 7.2 перечислены другие, наиболее употребительные материалы для фотодиодов, работающих в инфракрасной области. В таблице помещены также значения рабочих температур.

Таблица 7.2. Фотодиоды

Материал	Спектральная область, мкм	Т, К	Материал	Спектральная область, мкм	Т, К
Si	0,4—1,1	295	InAs	0,6—3,2	77
Ge	0,5—1,8	295	InSb	0,6—5,6	77
InGaAsP	1—1,7	295	HgCdTe	2—15	77
InAs	1—3,7	295	PbSnTe	8—12	77

7.5.3. Полупроводниковые счетчики

Если на *pin*-фотодиод падает излучение с квантами высокой энергии (рентгеновское или γ -излучение, α - или β -частицы), то под их воздействием в полупроводнике возникают электронно-дырочные пары. Если к диоду приложено запирающее напряжение, то носители заряда, возникшие в запирающем слое, перемещаются к электродам, а во внешнем контуре возникает электрический ток. При этом полупроводниковый детектор работает в принципе так же, как ионизационная камера (см. разд. 7.6.1). Различие состоит в том, что регистрирующая среда представляет собой твердое тело, а не газ, и для возникновения пары носителей заряда требуется меньшая энергия. Эта энергия ϵ у кремния равна 3,6 эВ, а у германия 2,8 эВ. Таким образом, при фиксированной энергии частиц число носителей заряда в твердотельном детекторе выше, чем в газовом, а следовательно, меньше относительная ошибка. Высокие значения напряженности электрического поля в обедненной зоне приводят к очень высоким дрейфовым скоростям носителей заряда, что понижает время нарастания импульса тока.

Оно лежит (в зависимости от толщины переходного слоя) в интервале от 1 мкс до 0,1 нс. Кроме детекторов с *pin*-структурой используются приборы с *pn*-переходом или поверхностно-барьерные полупроводниковые счетчики (с двойным электрическим слоем возле контакта металл — полупроводник).

Особенно широкие обедненные зоны можно реализовать в *pin*-структуре. Такие детекторы изготавливают в основном с помощью метода, основанного на миграции ионов лития (диффузионно-дрейфовый метод). Вначале берут исходный полупроводниковый материал с *p*-проводимостью (например, кремний, легированный бором). Затем литий либо напыляют с одной стороны на кристалл кремния, либо наносят в виде масляной суспензии. Под действием электрического поля ионы лития мигрируют через кристалл полупроводника и компенсируют присутствующие в нем акцепторы, поскольку они сами являются донорами. В результате такой обработки получается кристалл, проводимость которого близка к собственной, а вблизи поверхности остается слой *n*-типа. Такая обработка должна проводиться при высокой температуре, чтобы подвижность ионов была достаточно велика. Процесс дрейфа ионов, разумеется, можно регулировать, изменяя температуру или напряженность электрического поля. Такой способ применяют как для кремния, так и для германия, а соответствующие детекторы обозначают Si(Li) или Ge(Li).

Полупроводниковые счетчики широко применяются в физике высоких энергий и ядерной физике, а также в смежных областях, о чем можно прочесть в многочисленных источниках [7.6, 7.18, 7.17, 7.26]. Выбор конкретного полупроводникового детектора определяется прежде всего областью применения, причем наиболее важным фактором является ширина обедненной зоны. Следует отметить, что при слишком больших дозах облучения в полупроводнике возникают радиационные дефекты, которые приводят к выходу детектора из строя. Этим ограничивается область применения полупроводниковых детекторов.

В спектроскопии частиц высоких энергий полупроводниковые счетчики позволяют добиться отличного энергетического разрешения. Если заряженная частица попадает на полупроводниковый детектор, то

электронно-дырочные пары возникают не только в результате первичного столкновения: возникающие быстрые электроны теряют свою энергию в результате целой последовательности вторичных процессов, при которых возникают новые пары носителей заряда. Для практического применения важно, чтобы средняя энергия генерации электронно-дырочной пары ϵ практически не зависела от энергии E_0 и сорта частицы. Поскольку при понижении температуры ширина запрещенной зоны в полупроводниках несколько уменьшается, при низких температурах наблюдается некоторое уменьшение величины ϵ .

Если падающая частица тормозится и окончательно останавливается в запирающем слое (в указанной выше литературе можно найти соответствующую толщину слоя в кремнии и германии для различных частиц), то число возникших электронно-дырочных пар равно $N = E_0/\epsilon$, а импульс тока на выходе детектора пропорционален энергии E_0 падающих частиц. Если отдельные акты ионизации происходят независимо друг от друга, то наблюдаемое количество пар носителей заряда должно подчиняться распределению Пуассона с дисперсией $\sigma_N^2 = N$ (см. п. 4.2.2.3). Поскольку при торможении частицы в кристалле она взаимодействует с решеткой, то предположение о независимости актов ионизации не вполне справедливо, что уменьшает дисперсию σ^2 . Для учета этого обстоятельства вводят множитель Фано F [7.17]:

$$\sigma_N^2 = FN = FE_0/\epsilon, \quad F \leq 1. \quad (7.62)$$

Для кремния $F \approx 0,15$, а для германия при 77 К $F \approx 0,13$. Тогда величина относительного энергетического разрешения полупроводникового счетчика равна ($\sigma_E = \epsilon\sigma_N$)

$$\sigma_E/E_0 = \sqrt{F/N} = \sqrt{F\epsilon/E_0}. \quad (7.63)$$

Численный пример: кремниевый счетчик α -частиц с энергией 5 МэВ может иметь энергетическое разрешение $\sigma_E/E_0 = 3 \cdot 10^{-4}$.

Полупроводниковые детекторы получили широкое распространение при изучении α -частиц, продуктов распада и β -частиц, поскольку они поглощаются в тонком слое полупроводникового материала. В γ -спек-

троскопии высокое энергетическое разрешение полупроводниковых счетчиков (и прежде всего Ge(Li)-детекторов) открыло новые возможности для исследований. Линейный коэффициент поглощения аддитивно складывается из коэффициентов поглощения для фотоэффекта, эффекта Комптона и эффекта образования электронно-дырочных пар. Здесь проявляется преимущество германия перед кремнием: сечение взаимодействия у каждого из этих эффектов растет с увеличением атомного номера поглощающего атома ($Z_{\text{Ge}}=32$; $Z_{\text{Si}}=14$), причем для фотоэффекта как Z^5 , для эффекта Комптона как Z , а для эффекта образования электронно-дырочных пар как Z^2 . Кроме того, у германия ниже энергия образования электронно-дырочных пар ϵ . Тем не менее Ge(Li)-детекторы обычно охлаждают до температуры жидкого азота 77 К. Создание новых полупроводниковых материалов на основе более тяжелых элементов открывает путь к дальнейшему улучшению характеристик полупроводниковых счетчиков.

В рентгеновской области до энергии порядка 40 кэВ обычно используют кремниевые детекторы [7.2], а при более высоких энергиях — детекторы на основе германия [7.6].

7.6. Сцинтилляционные счетчики

Сцинтилляционные счетчики принадлежат к числу наиболее старых детекторов излучения. Принцип, на котором основана их работа, чрезвычайно прост. Если частица с высокой энергией или квант излучения падают на соответствующий «сцинтиллятор», то это приводит к короткой вспышке света (сцинтилляции). Эту вспышку можно наблюдать даже невооруженным глазом, адаптированным к темноте. Наиболее характерным примером служат сцинтилляции, вызываемые α -частицами на экране из сульфида цинка. В известном эксперименте по рассеянию Резерфорд со своими сотрудниками Гейгером и Марсденом облучали α -частицами тонкие золотые фольги. Этот эксперимент привел к открытию атомных ядер. Исследователи изучали зависимость количества вспышек света от угла падения α -частиц. Сцинтилляции подсчитывались под микроскопом.

Сегодня вместо человеческого глаза используют фотоэлектронный умножитель, а импульсы тока на его выходе подсчитываются с помощью электронной схемы. При этом прежде всего следует позаботиться о хорошей оптической связи сцинтиллятора с фотокаатодом ФЭУ. Эти приборы соединяют с помощью световода, а в большинстве случаев сцинтиллятор расположен непосредственно перед фотокаатодом. При этом, конечно же, необходимо выбрать такой умножитель, спектральная чувствительность которого соответствует спектру изучаемого излучения.

Если частицы полностью поглощаются в сцинтилляторе, то энергия частиц или квантов пропорциональна величине импульса тока, причем коэффициент пропорциональности зависит прежде всего от сорта частиц. Энергетическое разрешение сцинтилляционных счетчиков существенно хуже, чем у полупроводниковых, поскольку число электронов, выбитых с фотокаатода, очень слабо зависит от энергии падающих частиц или квантов. В среднем для генерации одного фотоэлектрона требуется $\varepsilon \sim 200-1000$ эВ [7.26]: конверсионная эффективность сцинтиллятора очень мала, свет испускается во всех направлениях и частично поглощается самим сцинтиллятором, квантовый выход фотокаатода тоже существенно меньше единицы. Поэтому для сцинтилляционного счетчика множитель Фано $F \sim 1$. В соответствии с выражением (7.63) для α -частиц с энергией 5 МэВ разрешение не превышает $\sigma_E E_0 \sim 10^{-2}$.

В настоящее время используется целый ряд сцинтилляторов [7.4, 7.17, 7.26] с различными свойствами. Области их применения зависят от требований экспериментатора. Наиболее существенно различаются органические и неорганические сцинтилляторы с различными механизмами сцинтилляции. Самыми известными неорганическими кристаллами являются $\text{NaJ}(\text{Tl})$ и $\text{CsJ}(\text{Tl})$. Механизм сцинтилляции в них определяется в основном влиянием кристаллической решетки. В органических веществах вспышка света происходит в результате возвращения возбужденных молекул в основное состояние. Механизм сцинтилляции не изменяется и при растворении флуоресцирующего вещества в жидком растворителе (жидкие сцинтилляторы) или в полимере (сцинтилляторы-пла-

стики). Пластики легко подвергаются механической обработке, и из них можно изготовить сцинтилляторы любой удобной формы. В качестве сцинтилляторов используют также органические кристаллы. Наиболее эффективным органическим сцинтиллятором является, например, антрацен, конверсионная эффективность которого достигает 50 % эффективности NaJ(Tl).

В целом ряде случаев кроме высокого квантового выхода требуется малая продолжительность сцинтилляционного сигнала. В этом отношении сцинтилляторы-пластики превосходят все другие вещества. Импульс света, возникший в сцинтилляторе, спадает по экспоненциальному закону, и если время высвечивания для NaJ(Tl) составляет 230 нс, а у антрацена оно равно 30 нс, то для большинства пластиков время высвечивания лежит между 1,4 и 4 нс [7.4, 7.17].

И наконец, целый ряд сцинтилляторов обладает превосходными флуоресцентными свойствами: эти вещества поглощают фотон в области жесткого ультрафиолета или рентгеновского излучения, а испускают квант света в видимой области. Располагая такой сцинтиллятор непосредственно перед фотокатодом фотоэлектронного умножителя, можно получить быстродействующий детектор для этой спектральной области [7.28].

7.7. Ионизационные детекторы

Если излучение с достаточно высокой энергией проходит через газ, то в результате прямой ударной ионизации или за счет взаимодействия с возникающими вторичными частицами могут появляться электронно-ионные пары. В этом случае говорят о первичной ионизации. Этот процесс служит физической основой для работы всех ионизационных детекторов [7.1, 7.6, 7.17, 7.26]. Наиболее простыми среди них являются ионизационные камеры.

7.7.1. Ионизационные камеры

Техническое исполнение ионизационных камер зависит от области применения. В принципе они состоят из небольшого сосуда, наполненного газом, где

находятся два плоских или цилиндрических электрода. Этот простой прибор подключают таким образом, чтобы можно было определить интенсивность первичной ионизации газа излучением. На рис. 7.17 показана ионизационная камера с плоскими электродами, расстояние между которыми равно d . В однородном электрическом поле возникшие носители заряда перемещаются к электродам, а во внешней цепи при этом течет электрический ток, вызывающий импульс напряжения U_a на сопротивлении R_a . Каждый импульс свидетельствует о том, что через камеру пролетела частица. Ионизационные камеры обычно работают в режиме насыщения; при этом приложенное электрическое поле настолько велико, что все носители заряда достигают электродов, не успевая рекомбинировать друг с другом и не вызывая вторичной ионизации газа.

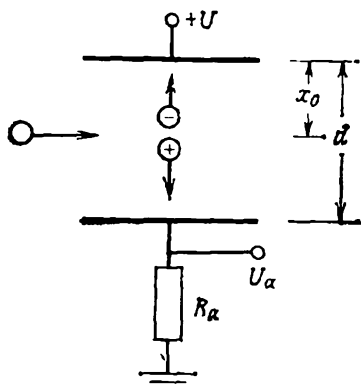


Рис. 7.17. Схема ионизационной камеры.

Предположим вначале, что все пары носителей заряда (их общее число составляет N_0) в начальный момент времени $t = 0$ находятся на равном расстоянии x_0 от положительного электрода. Если скорость дрейфа электронов и ионов равна v^+ и v^- , то они попадают на соответствующие электроды через время $t^+ = (d - x_0)/v^+$ и $t^- = x_0/v^-$. При этом ток, вызванный ионами или электронами, равен

$$\begin{aligned} I^+ &= N_0 e v^+ / d \quad \text{для } 0 \leq t \leq t^+, \\ I^- &= N_0 e v^- / d \quad \text{для } 0 \leq t \leq t^-. \end{aligned} \quad (7.64)$$

Скорость дрейфа электронов примерно в 1000 раз превышает скорость дрейфа ионов, поэтому $t^- \ll t^+$: за коротким электронным импульсом тока следует более слабый, но продолжительный ионный импульс.

Устройство, изображенное на рис. 7.17, представляет собой не что иное, как емкость C и сопротивле-

ние R_a , подключенные к источнику тока $I = I^+ + I^-$.
 На рис. 7.18 показана его эквивалентная электрическая схема. Пользуясь законом Кирхгофа, запишем

$$I = I^+ + I^- = C \frac{dU_a}{dt} + \frac{U_a}{R_a}. \quad (7.65)$$

Решение этого уравнения можно получить, пользуясь так называемым методом вариации постоянной [6.8]:

$$U_a(t) = \frac{1}{C} e^{-t/R_a C} \int_0^t I(t) e^{t/R_a C} dt. \quad (7.66)$$

Рассмотрим вначале случай большой постоянной времени $R_a C \gg t^+$. Сравнивая (7.64) и (7.66), получим

$$\begin{aligned} U_a^+(t) &= \frac{N_0 e v^+}{C d} t \quad \text{для } 0 \leq t \leq t^+, \\ U_a^-(t) &= \frac{N_0 e v^-}{C d} t \quad \text{для } 0 \leq t \leq t^-. \end{aligned} \quad (7.67)$$

В этом случае электроны и ионы вызывают импульс тока, который вначале линейно растет со временем,

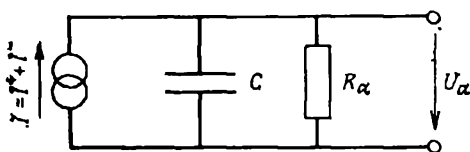


Рис. 7.18. Эквивалентная электрическая схема ионизационной камеры.

а пройдя через максимум, падает с большой постоянной времени $R_a C$. Все электроны достигают анода в то время, когда ионы еще практически не сдвинулись с места. Электронный максимум тока равен $U_a^-(t^-) = N_0 e x_0 / C d$. После достижения этого максимума общее напряжение нарастает медленнее, до тех пор пока ионы не достигнут катода (рис. 7.19):

$$U_a(t^+) = \frac{N_0 e}{C d} (v^+ t^+ + v^- t^-) = \frac{N_0 e}{C}. \quad (7.68)$$

Таким образом, максимальное напряжение не зависит от координаты x_0 возникновения пары носителей заряда и пропорционально количеству образовав-

шихся носителей. К сожалению, медленный дрейф ионов (порядка нескольких миллисекунд) приводит к таким большим постоянным времени, что ионизационные камеры могут фиксировать не более 100—1000 частиц в секунду.

Выбирая меньшую постоянную времени $t^- < R_a C \ll t^+$, можно ограничиться электронным импульсом тока. Штриховая кривая на рис. 7.19 показывает получающийся импульс напряжения: в этом случае высота импульса пропорциональна числу N_0 возникших носителей заряда, а скорость счета может быть почти в 1000 раз выше. К сожалению, теперь величина сигнала зависит от координаты x_0 возникновения носителей. Этого недостатка лишены так называемые *сеточные камеры*, в которых между анодом и катодом помещена сетка [7.17, 7.26].

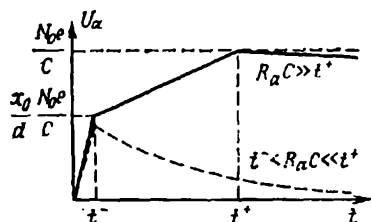


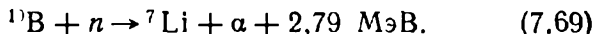
Рис. 7.19. Импульс напряжения на выходе ионизационной камеры.

Кроме таких *импульсных ионизационных камер* применяют так называемые *токовые ионизационные камеры*, которые позволяют измерить постоянный поток падающих частиц или квантов. Эти камеры при $R_a C \gg t^+$ измеряют средний ток, который пропорционален числу актов ионизации. Такие *токовые ионизационные камеры* применяются прежде всего в дозиметрии радиоактивного и рентгеновского излучения, где необходимо измерять интегральную дозу за продолжительный промежуток времени. γ -Лучи ионизуют газ в таких счетчиках, выбивая вторичные электроны из стенок. Ток, возникающий в ионизационных камерах, обычно очень мал (10^{-9} — 10^{-12} А), поэтому к измерительным усилителям, которые используются вместе с ионизационными камерами, предъявляют очень высокие требования.

Отдельные импульсы напряжения тоже относительно невелики, хотя в случае сильно ионизирующего излучения их можно регистрировать непосредственно. Так, например, в случае α -частиц средняя энергия, необходимая для образования одной электронно-ионной пары в аргоне, равна $\epsilon = 25,9$ эВ. Таким обра-

зом, в камере с емкостью $C = 100$ пФ одна α -частица с энергией 5 МэВ вызывает импульс напряжения $U_a = 0,3$ мВ.

Ионизационные камеры обычно заполняют аргоном или воздухом при атмосферном давлении. В ряде камер давление газа может в несколько раз (до 30) превышать атмосферное. Если заполнить ионизационную камеру BF_3 , то можно фиксировать даже тепловые нейтроны. Они взаимодействуют с ядрами бора согласно реакции



Особенно эффективно захватываются ядрами ${}^{10}_5B$ медленные нейтроны. В результате появляются α -частицы с высокой энергией, которые и вызывают ионизацию газа в счетчике.

7.7.2. Пропорциональный счетчик

Если приложить к ионизационной камере достаточно высокое напряжение, то в промежутке между столкновениями с атомами электроны смогут приобрести достаточно высокую энергию и ионизовать атомы, с которыми они сталкиваются. Этот процесс может повторяться очень много раз, поскольку вторичные электроны, возникшие при ионизации, в свою очередь ускоряются и ионизуют атомы. Таким образом, количество электронов возрастает и возникает так называемая электронная лавина:

$$dN = \alpha N(x) dx. \quad (7.70)$$

Здесь α — так называемый *первый ионизационный коэффициент Таунсенда*. Он равен числу пар ионов, образующихся в результате столкновения с одним электроном на единице длины его пробега. В двумерном случае, показанном на рис. 7.17, число электронов на расстоянии x от анода составит

$$N = N_0 e^{\alpha(x_0 - x)}, \quad (7.71)$$

а на аноде будет равно

$$N = N_0 e^{\alpha x_0}. \quad (7.72)$$

Величину $M = e^{\alpha x_0}$ называют коэффициентом газового усиления. Газовое усиление приводит к тому, что им-

пульс напряжения, возникающий в пропорциональном счетчике, выше, чем в ионизационной камере:

$$U_{a. \text{ макс}} = MN_0 e / C. \quad (7.73)$$

Можно отметить, что наблюдается пропорциональность между напряжением (а значит, и током) через счетчик и количеством ионно-электронных пар, возникших при первичной ионизации N_0 . Этой пропорциональности счетчик обязан своим названием. Если в счетчике образуется очень много ионов, то возникает объемный заряд и пропорциональность нарушается. Величина α зависит, естественно, от сорта используемого газа, его давления и величины электрического поля. Значения α можно найти в литературе [7.36].

В неоднородном поле коэффициент газового усиления равен

$$M = e^{\int \alpha dx}. \quad (7.74)$$

В отличие от ионизационных камер пропорциональные счетчики обычно имеют цилиндрическую форму. В таких счетчиках вдоль оси цилиндрической трубки натянута изолированная тонкая нить толщиной обычно 20—100 мкм, которая служит анодом. Счетчик заполнен аргоном с небольшими добавками метана или паров спирта. Чаще всего используют смесь из 90 % аргона и 10 % метана. Ее называют *P-10*. Давление газа изменяется от 1 до 1000 гПа.

Преимуществом такой конструкции является то, что при относительно малых приложенных напряжениях U вблизи тонкой проволоки возникает очень большая напряженность электрического поля. Если r_a — внутренний радиус цилиндрической трубки, r_i — радиус нити, то электрическое поле изменяется внутри цилиндра как

$$E(r) = (1/r) U / \ln(r_a/r_i). \quad (7.75)$$

(Здесь r — радиальное расстояние от оси цилиндра.) При $r_a = 1$ см, $r_i = 20$ мкм и $U = 1000$ В напряженность электрического поля на поверхности нити составляет уже $E = 8 \cdot 10^4$ В/см. В таком счетчике электроны вначале перемещаются к центру цилиндра в относительно слабом электрическом поле, а в непо-

средственной близости от нити начинается вторичная ионизация. Таким образом, электронные лавины в газе возникают на расстоянии от анода всего в несколько длин свободного пробега электрона. Это означает, что электронные лавины очень быстро достигают анода и вызванный ими импульс тока непродолжителен: он быстро нарастает и составляет всего несколько процентов от общего импульса тока. Последующее нарастание импульса определяется более медленным перемещением ионов, поэтому общая продолжительность импульса составляет 0,1—1 мкс. Этот импульс обычно дифференцируют с помощью CR -цепочки (см. рис. 5.8), и постоянная времени счетчика достигает примерно 1 мкс. Поэтому можно использовать высокие скорости счета.

Пропорциональный счетчик применяется для тех же целей, что и ионизационная камера. Благодаря высокому коэффициенту газового усиления пропорциональный счетчик особенно удобен для регистрации и измерения потоков низкоэнергетичных частиц, а также мягкого γ - и рентгеновского излучения.

В так называемой *пропорциональной камере* используется много нитей-анодов, расположенных в одном объеме параллельно друг другу [7.16]. Электроны, возникшие в результате первичной ионизации, перемещаются к ближайшей нити-аноду, в окрестности которой они вызывают электронную лавину. Каждая нить-анод действует как независимый детектор, поэтому пропорциональная камера позволяет не только подсчитывать частицы или кванты, но и фиксировать место, вблизи которого частица или квант попала в ионизационную камеру.

7.7.3. Счетчик Гейгера

Подробное изучение процессов в пропорциональном счетчике показало, что кроме ударной ионизации кванты или частицы могут приводить к появлению возбужденных электронных состояний атомов или молекул. При релаксации этих возбужденных состояний происходит эмиссия квантов в видимой или ультрафиолетовой области спектра. Если эти фотоны обладают достаточно большой энергией, то в результате фотоэффекта они будут выбивать из материала ка-

тогда дополнительные электроны, которые ионизуют компоненту газовой смеси с низкой энергией ионизации. Такие «фотоэлектроны» будут, естественно, тоже вызывать электронные лавины, которые в свою очередь вызовут возникновение новых фотоэлектронов и т. д.

Пусть при образовании лавин кроме N_0M электронов возникает еще $(N_0M)\gamma$ фотоэлектронов. Здесь γ — вероятность образования фотоэлектронов. Этот поток фотоэлектронов увеличивается за счет образования вторичных электронных лавин до $(N_0M)\gamma M$. Тогда общее число электронов будет равно

$$\begin{aligned} N &= N_0M + N_0M^2\gamma + N_0M^3\gamma^2 + \dots = \\ &= N_0M(1 + M\gamma + M^2\gamma^2 + \dots). \end{aligned} \quad (7.76)$$

При $M\gamma < 1$ получим

$$N = N_0M/(1 - \gamma M). \quad (7.77)$$

Таким образом, если $\gamma M < 1$, то сохраняется пропорциональность между количеством первичных ионов N_0 и общим числом образовавшихся ионов N . Часто в газ, находящийся в счетчике, вносят специальные добавки, которые поглощают ультрафиолетовые кванты без ионизации. В этом случае $\gamma M \ll 1$. Если повысить напряжение, приложенное к счетчику, то мы перейдем в область $\gamma M \sim 1$ и пропорциональность нарушится. Фотоны с высокой энергией будут образовывать фотоэлектроны во всем объеме счетчика, и первоначально локализованный разряд в газе менее чем за одну микросекунду распространится на весь объем счетчика. При этом заряд образовавшихся ионов уже не зависит от первичной ионизации. В счетчике возникает *коронный разряд*. Приборы, в которых используется это явление, называют *счетчиками Гейгера — Мюллера* или, короче, *счетчиками Гейгера*.

Возникшие в результате коронного разряда электроны за очень короткое время порядка 10^{-8} с достигают нити-анода, а положительные ионы, образующие объемный заряд, остаются в счетчике. Они понижают высокое электрическое поле на нити так сильно, что последующие электроны, приходящие от катода, уже не могут вызывать электронных лавин и коронный

разряд гаснет. Положительные ионы достигают катода в среднем за 1 мс, после этого объемный заряд разрушается и поле в окрестности анодной нити вновь возрастает. Счетчик опять готов к работе. Ионы, попадающие на катод, снова выбивают вторичные электроны, которые приводят к образованию электронных лавин возле анодной нити, и коронный разряд в счетчике не прерывается. В этом случае необходимо искусственно гасить разряд в счетчике.

Для прерывания разряда в счетчике уже давно используют большое сопротивление, включенное в измерительной цепи последовательно со счетчиком. Анодный ток, проходя через такое сопротивление, приводит к очень большому падению напряжения, напряжение на аноде $U - IR_a$ падает, и разряд гаснет¹⁾. К сожалению, скорость счета таких счетчиков невелика. В *самогасящихся* счетчиках используют специальные газовые смеси, состоящие обычно из благородного газа и специальных добавок (метана, изобутана, этанола или метилала). Эти газы поглощают кванты ультрафиолетового излучения и понижают выход фотоэлектронов; с другой стороны, они уменьшают количество вторичных электронов, выбиваемых на катоде ионизованными ионами газа в счетчике. Дело в том, что эти газовые ионы сталкиваются с молекулами многоатомных газов и теряют часть своей энергии. Такие замедленные ионы уже не могут вызывать вторичную ионизацию металлов. В измерительную цепь самогасящихся счетчиков уже нет необходимости включать большое сопротивление, и поэтому они обладают более высокими скоростями счета по сравнению с несамогасящимися приборами.

Промежуток времени между началом коронного разряда и повторной готовностью счетчика к работе называют *временем восстановления чувствительности*. Это время определяется временем дрейфа ионов к катоду. С другой стороны, в счетчиках могут возникать повторные лавины меньшей интенсивности, которые поддерживают в нем объемный заряд. Соответствующий интервал времени называют *мертвым временем* счетчика.

¹⁾ Такие счетчики Гейгера называют *несамогасящимися*. — Прим. перев.

К сожалению, органические газообразные вещества, которые используют в качестве гасящих добавок, постепенно диссоциируют, и примерно после 10^9 импульсов счетчик становится непригодным к работе. В галогенных счетчиках к основному газу добавляют некоторое количество галогенов. Молекулы этих газов тоже диссоциируют при разряде, однако затем происходит их повторная рекомбинация. Продолжительность работы такого счетчика практически неограниченна.

В режиме счетчиков эти детекторы используют в основном для регистрации α - и β -частиц, а также γ - и рентгеновского излучения [7.17, 7.26].

*Если собьешься с дороги —
ищи ее снова.*

Суахилийская пословица

8. Спектроскопия высокого разрешения

8.1. Введение

В этой главе мы рассмотрим некоторые методы высокоразрешающей спектроскопии. Они выбраны из большого многообразия экспериментальных методик в качестве примера тех возможностей, которыми сегодня располагают экспериментаторы независимо от того, работают ли они в какой-либо конкретной области прикладной физики или занимаются фундаментальными исследованиями, расширяющими границы наших знаний.

Спектроскопические исследования в оптическом диапазоне в свое время впервые позволили обнаружить и изучить атомную структуру вещества. Спектроскопия в инфракрасной области и в диапазоне микро- и радиоволн, с одной стороны, а также в области рентгеновского и γ -излучения, с другой, вывела наши знания об атомах и молекулах на новый уровень. Совершенствование спектроскопических методов позволяет все точнее определять длину волны спектральных линий, их профиль, расщепление или смещение под воздействием внешних полей или других частиц. Спектральные приборы с наиболее высоким разрешением позволили наблюдать сверхтонкую структуру линий видимого спектра, обусловленную взаимодействием электронных оболочек атома с его ядром.

Среди классических спектральных приборов наиболее высоким разрешением $\lambda/\Delta\lambda$ обладает интерферометр. Величина $\lambda/\Delta\lambda$ может превышать 10^7 . Это позволяет достичь такой точности измерений, когда определяемая ширина спектральных линий зависит уже только от теплового движения излучающих атомов. Разумеется, атомный вес изучаемого вещества

должен быть достаточно мал, чтобы можно было пренебречь уширением спектральной линии за счет столкновений. (Изучение этого так называемого доплеровского уширения линий может само по себе представлять интересную задачу.) Перемещение атома вызывает за счет эффекта Доплера сдвиг частоты $\Delta\omega/\omega_0 = v/c$, где v — компонента скорости в направлении к наблюдателю. Тепловое движение атомов при температуре T описывается максвелловским распределением скоростей. Это распределение вызывает уширение спектральной линии, причем ее профиль описывается распределением Гаусса (см. п. 4.2.2.1). Его называют *гауссовым профилем*. Полуширина γ_G этого профиля (ширина линии на половине высоты при ω_0) равна

$$\gamma_G = 2(\omega_0/c) \sqrt{(2kT/M) \ln 2}. \quad (8.1)$$

Здесь k — постоянная Больцмана, M — масса атома или молекулы. В единицах длины волны полуширина линии $\Delta\lambda_{1/2}$ равна

$$\Delta\lambda_{1/2} = 7,16 \cdot 10^{-7} \lambda_0 \sqrt{\frac{T}{A_r}}. \quad (8.2)$$

Здесь T — температура в кельвинах, A_r — масса атома или молекулы, выраженная в атомных единицах массы. Для спектральной линии атома неона ($A_r = 20$) получим при комнатной температуре $\Delta\lambda_{1/2}/\lambda_0 \approx 2,7 \cdot 10^{-6}$; для водорода это отношение составит уже $1,2 \cdot 10^{-5}$. Даже если разрешение спектрометра лучше доплеровской ширины, мы не сможем наблюдать с его помощью более тонкую структуру спектра. Влияние эффекта Доплера можно уменьшить, используя хорошо коллимированные атомные пучки и наблюдая излучение перпендикулярно пучкам [8.2]. Эти эксперименты связаны с большими трудностями. Современные методы высокоразрешающей лазерной спектроскопии значительно упрощают ситуацию. Они позволяют полностью исключить доплеровское уширение и достичь разрешения, которое ограничивается только естественной шириной линии изучаемого перехода. В настоящее время технически достижимая граница разрешения лежит вблизи 10^{12} . Мы можем надеяться, что удастся достичь разрешения 10^{14} . Этот уровень разрешения позволит выполнить новые, прин-

ципиально важные эксперименты, например изучить влияние гравитации на электромагнитное излучение.

Уже при разрешении порядка 10^{10} можно наблюдать расщепление спектральных линий, вызванное фотонной отдачей, даже при малых энергиях фотонов. Этот эффект увеличивается при возрастании энергии излучения. Он особенно заметен при эмиссии γ -квантов атомными ядрами. Если излучающий или поглощающий атом находится в кристаллической решетке, может происходить излучение или поглощение квантов без отдачи. На этом эффекте основывается мессбауэровская спектроскопия. В настоящее время она представляет собой наиболее чувствительный метод физических измерений: его разрешение достигает примерно 10^{15} . Это позволяет изучать влияние структуры электронных оболочек на состояния атомных ядер. Поэтому мессбауэровская спектроскопия является одним из важнейших экспериментальных методов в физике твердого тела, химии и биологии. В области фундаментальных исследований этот метод позволил, например, не только наблюдать релятивистское «сжатие» времени, но и зафиксировать смещение частоты γ -линий под воздействием гравитационного поля Земли. Это смещение предсказывает общая теория относительности.

8.2. Интерферометр Фабри—Перо

Любой спектрометр можно охарактеризовать двумя важнейшими величинами: разрешением и светосилой. Если $\Delta\lambda$ — меньший интервал длин волн, при котором две линии одинаковой интенсивности с длинами волн λ и $\lambda + \Delta\lambda$ фиксируются спектральным прибором по отдельности, то величину разрешающей способности прибора можно определить как $\lambda/\Delta\lambda$. Светосила характеризует максимально возможный поток излучения, проходящий через прибор, при заданном протяженном источнике света.

Сравнение дифракционной решетки и интерферометра Фабри — Перо показывает, что интерферометр не только позволяет достичь более высокого разрешения, но и превосходит дифракционную решетку по

светосиле при одинаковом разрешении [8.4, 8.7, 8.13] ¹⁾.

В принципе интерферометр Фабри — Перо состоит из плоскопараллельного воздушного промежутка между двумя частично отражающими параллельными кварцевыми пластинами. На внешние поверхности этих пластин обычно нанесен просветляющий слой. Поверхности каждой из этих пластин шлифуются не совсем параллельно друг другу, образуя небольшой угол. Это позволяет подавить интерференцию между двумя поверхностями каждой кварцевой пластины. На рис. 8.1 показана схема интерферометра Фабри —

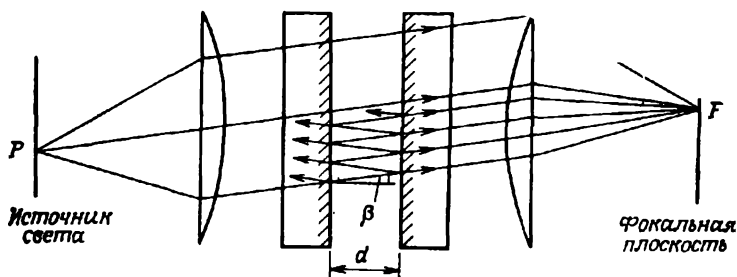


Рис. 8.1. Интерферометр Фабри — Перо.

Перо с источником света и экраном, которые помещены в фокальных плоскостях двух линз. Между этими линзами параллельный пучок света проходит через две кварцевые пластины. Монохроматическая волна, которая проходит плоскопараллельный воздушный промежуток между пластинами под углом β частично отражается от каждой граничной поверхности, а все прошедшие волны интерферируют между собой на экране в точке P . Оптическая разность хода Δs между двумя прошедшими волнами равна

$$\Delta s = 2n_L d \cos \beta, \quad (8.3)$$

а соответствующая разность фаз составляет

$$\delta = 2\pi\Delta s/\lambda + 2\Delta\phi = \left(\frac{4\pi n_L d}{\lambda}\right)\cos\beta + 2\Delta\phi. \quad (8.4)$$

Здесь n_L — коэффициент преломления воздушного слоя, λ — длина волны в вакууме. Скачок фазы $\Delta\phi$

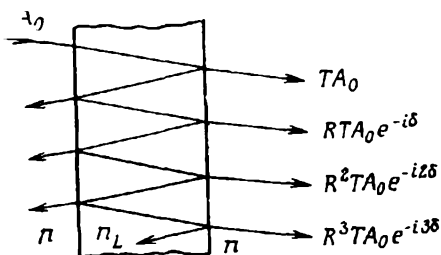
¹⁾ См. также [8.17*—8.19*]. — Прим. перев.

при отражении от оптически более плотной среды учитывается дважды. Максимумы интенсивности возникают на экране во всех точках, где разность фаз кратна 2π :

$$\delta = m \cdot 2\pi. \quad (8.5)$$

Положение точек с одинаковой разностью фаз определяется условием $\cos \beta = \text{const}$. Таким образом, интерференционные полосы образуют на экране систему концентрических колец, центр которой совпадает с осью оптического устройства.

Чтобы вычислить распределение интенсивности на интерференционной картине, необходимо сложить ин-



Многолучевая интерференция в плоскопараллельном воздушном промежутке.

тенсивности всех волн, прошедших через интерферометр [8.1]. Коэффициент отражения, определяемый по интенсивности прошедшего и отраженного излучения, обозначим B , а коэффициент пропускания — T . Если пренебречь поглощением света, то эти коэффициенты связаны друг с другом как $R + T = 1$. Тогда амплитудные коэффициенты отражения и пропускания равны \sqrt{R} и \sqrt{T} . Вводя разность фаз δ , можно получить выражение для комплексной амплитуды прошедших волн (рис. 8.2), где амплитуда падающей волны обозначена как A_0 .

Результирующая амплитуда A составит

$$A = TA_0(1 + Re^{-i\delta} + R^2e^{-i2\delta} + R^3e^{-i3\delta} + \dots). \quad (8.6)$$

В пределе бесконечно толстого воздушного промежутка с бесконечно большим количеством прошедших пучков получим

$$A = A_0T/(1 - Re^{-i\delta}). \quad (8.7)$$

Умножение на комплексно-сопряженную амплитуду дает величину интенсивности $I_t \sim AA^*$ прошедшей волны, которая связана с интенсивностью I_0 падающей волны как

$$I_t/I_0 = T^2/(1 - Re^{-i\delta})(1 - Re^{i\delta}) \quad (8.8)$$

или

$$I_t/I_0 = (1 - R)^2/[(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\delta/2)]. \quad (8.9)$$

Соответствующее уравнение для интенсивности света I_r , отраженного от воздушного слоя, получим, вычи-

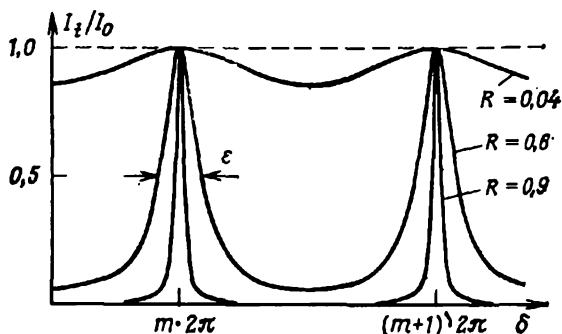


Рис. 8.3. Кривые пропускания для интерферометра Фабри — Перо.

тая I_t из интенсивности падающего излучения: $I_r = I_0 - I_t$.

При обсуждении мы ограничимся выражением

$$K = 4R/(1 - R)^2 \quad (8.10)$$

и воспользуемся так называемой функцией Эйри:

$$I_t/I_0 = 1/[1 + K \sin^2(\delta/2)]. \quad (8.11)$$

На рис. 8.3 показаны кривые интенсивности для интерферометров Фабри — Перо при различных коэффициентах отражения R . Если коэффициент отражения R растет, кривые для прошедшего излучения (а следовательно, и интерференционные полосы) становятся все уже, причем интенсивность максимумов остается постоянной $I_t = I_0$. Отсюда видно, что в интерферометре Фабри — Перо необходимо добиваться наиболее высоких коэффициентов отражения. Из уравнения (8.11) можно получить ширину интерфе-

ренционной линии, учитывая, что для $\delta = m \cdot 2\pi \pm \varepsilon/2$ интенсивность падает как $I_t = I_0/2$:

$$\varepsilon = 4 \arcsin \sqrt{1/K}. \quad (8.12)$$

При высоких коэффициентах отражения величина R приближенно вычисляется согласно выражению

$$\varepsilon \approx 4/\sqrt{K}. \quad (8.13)$$

Чтобы охарактеризовать ширину интерференционных линий, обычно используют безразмерную величину F . Ее определяют по отношению расстояния между интерференционными линиями к их ширине:

$$F = 2\pi/\varepsilon \approx \pi\sqrt{K}/2 \approx \pi\sqrt{R}/(1 - R). \quad (8.14)$$

Если источник испускает монохроматический свет с двумя длинами волн λ_1 и λ_2 , то обе интерференционные картины просто перекрываются на экране. Интерференционные картины от двух длин волн можно различить, когда максимумы одного порядка еще разделены, т. е. когда длины волн различаются достаточно сильно. Предельная разность $\delta\lambda_1$ определяется тем, что интерференционный максимум m -го порядка для длины волны λ_1 в точности совпадает с максимумом $(m + 1)$ -го порядка для длины волны $\lambda_2 = \lambda_1 - \delta\lambda_1$. Из выражений (8.4) и (8.5) получим при условии $\Delta\phi = \pi$

$$2n_L d \cos \beta = (m - 1)\lambda_1 = m\lambda_2 = m(\lambda_1 - \delta\lambda_1). \quad (8.15)$$

В этом случае максимальная разность длин волн $\delta\lambda_1$ определяется как

$$\delta\lambda_1 = \lambda_1/m. \quad (8.16)$$

Величину $\delta\lambda = \lambda/m$ обычно называют *областью свободной дисперсии* интерферометра, и, чтобы можно было уверенно разрешить две длины волны, разность длин $\lambda_1 - \lambda_2$ должна всегда оставаться меньше $\delta\lambda/2$.

Если две системы интерференционных линий сближаются друг с другом при уменьшении разности $\Delta\lambda$, то они в конце концов сольются. Две интерференционные полосы еще можно разрешить, если их профиль интенсивности пересекается в точке, где интенсивность равна половине максимальной. Таким образом,

разность длин $\Delta\lambda$ определяется шириной интерференционного максимума:

$$\varepsilon/2\pi = \Delta\lambda/\delta\lambda = \Delta\lambda m/\lambda = 1/F. \quad (8.17)$$

Следовательно, разрешающая способность интерферометра Фабри — Перо определяется выражением

$$\lambda/\Delta\lambda = mF. \quad (8.18)$$

Наименьшее кольцо в интерференционной системе ($\beta \rightarrow 0$) соответствует интерференции наибольшего порядка. Тогда из выражения (8.15) следует

$$m = (2n_L d \cos \beta/\lambda) + 1 \quad (8.19)$$

или

$$m_{\text{макс}} \approx (2n_L d/\lambda) + 1 \approx 2n_L d/\lambda. \quad (8.20)$$

Обычно $m_{\text{макс}}$ соответствует интерференции очень высокого порядка.

Численный пример: при $\lambda = 500$ нм, $n_L = 1$, $d = 10$ см и $R = 0,98$ получим $m_{\text{макс}} \approx 400\,000$, $F \approx \approx 150$ и $\lambda/\Delta\lambda = 6 \cdot 10^7$.

На практике теоретический предел разрешения никогда не достигается, поскольку все оптические поверхности отклоняются от плоской формы, а воздушный промежуток между кварцевыми пластинами не вполне плоскопараллельный. Это приводит к уширению интерференционных максимумов и к уменьшению разрешающей способности интерферометра. Поэтому в уравнении (8.18) следует использовать значение F , определенное экспериментально.

Для фоторегистрации интерференционной картины вместо экрана помещают фотопластинку. Если фокусное расстояние второй линзы (см. рис. 8.1) равно f , то радиусы интерференционных колец определяются как

$$\rho_m = f \operatorname{tg} \beta, \quad (8.21)$$

или, учитывая (8.19),

$$\rho_m^2 = f^2 \left\{ \left[\frac{2n_L d}{(m-1)\lambda} \right]^2 - 1 \right\} \quad (8.22)$$

Присвоим наименьшему кольцу номер $p = 1$ и пересчитаем все остальные кольца от центра к краю:

$$p = m_{\text{макс}} + 1 - m. \quad (8.23)$$

Тогда из (8.22) получим для $1 \leq p \ll m_{\max}$

$$\rho_{p+1}^2 - \rho_p^2 = \frac{f^2}{n_L d} \lambda. \quad (8.24)$$

По радиусам интерференционных колец можно с большой точностью определить длину волны, если заранее известно, что она лежит в пределах области свободной дисперсии прибора.

При фотоэлектрической регистрации в фокусе первой линзы помещают источник света, который можно считать точечным, а фотоэлектрический детектор располагают за диафрагмой, отверстие которой совпадает с фокусом второй линзы. При этом измеряется только интенсивность I_c в центре системы интерференционных колец ($\cos \beta = 1$). Чтобы достичь максимального разрешения, размер диафрагмы должен быть по возможности малым. Из выражений (8.4) и (8.11) следует, что I_c зависит только от $n_L d / \lambda$. Следовательно, изменяя коэффициент преломления n_L или расстояние d между пластинами, можно быстро зафиксировать всю кривую пропускания интерферометра. Такой профиль, полученный для монохроматического света, обычно называют аппаратной функцией, по которой после измерения определяется истинный профиль изучаемой спектральной линии.

Коэффициент преломления воздушного промежутка можно изменять, регулируя давление газа. Для непрерывного изменения расстояния d одну из кварцевых пластин изготавливают из пьезоэлектрического кристалла. Изменяя приложенное к этому кристаллу электрическое напряжение, можно очень быстро фиксировать интерференционную картину.

8.3. Лазерная спектроскопия высокого разрешения

Изобретение лазеров привело к настоящей революции в оптике, новая эпоха началась и в спектроскопии, поскольку появились интенсивные источники света с очень высокой монохроматичностью [8.11]. Особенно важным было появление лазеров на красителях, поскольку они не только перекрывают всю видимую область спектра, но и позволяют плавно в широких пределах изменять длину волны излучения [8.10]. И наконец, методы умножения и смещения

частот расширили доступную для спектроскопии область примерно до 120 нм. Существует большое разнообразие методов лазерной спектроскопии. Мы коротко рассмотрим только два из них, а об остальных можно прочесть в многочисленных монографиях [8.3, 8.4, 8.8, 8.9, 8.12, 8.14, 8.15]¹⁾.

8.3.1. Спектроскопия насыщения

Рассмотрим два состояния 1 и 2 ансамбля одинаковых атомов. Пусть энергия этих состояний составляет E_1 или E_2 , а соответствующее количество атомов в этих состояниях n_1 и n_2 . Покоящиеся атомы испускают излучение при частоте

$$\omega_0 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar}. \quad (8.25)$$

Естественную ширину спектральной линии этого излучения обозначим γ_0 . Профиль спектральной линии определяется соответствующим распределением Лоренца [см. выражение (6.8)]. Во введении к этой главе мы уже говорили, что тепловое движение атомов приводит к заметному доплеровскому уширению спектральной линии излучения, испускаемого этими атомами. Поэтому результирующий профиль спектральной линии всего ансамбля атомов имеет гауссову форму с шириной γ_G , которая определяется по (8.1).

Пусть на атомы падает монохроматическое электромагнитное излучение лазера с частотой ω_L и волновым вектором \mathbf{k}_L . Это излучение поглощается только теми атомами ансамбля, которые имеют компоненту скорости v_k в направлении \mathbf{k}_L , так что частота с учетом доплеровского сдвига точно соответствует частоте ω_0 покоящегося атома:

$$\omega_0 = \omega_L - \mathbf{k}_L \mathbf{v} = \omega_L - k_L v_k \quad (8.26)$$

или

$$v_k = (\omega_L - \omega_0)/k_L. \quad (8.27)$$

В результате такого процесса поглощения количество атомов n_1 со скоростью v_k уменьшается, а соответствующее количество n_2 увеличивается. На

¹⁾ См. также [8.18*, 8.19*]. — *Прим. перев.*

рис. 8.4 показана схема этого процесса. Для обоих состояний функция распределения будет зависеть от скорости: величина $n_i(v_k)dv_k$ определяет количество атомов с данной скоростью в интервале от v_k до $v_k + dv_k$. Если распределение по скоростям подчиняется закону Максвелла, то для обоих состояний исходное распределение является гауссовым (см. п. 4.2.2.1). За счет поглощения лазерного излучения на распределении по скоростям для нижнего состоя-

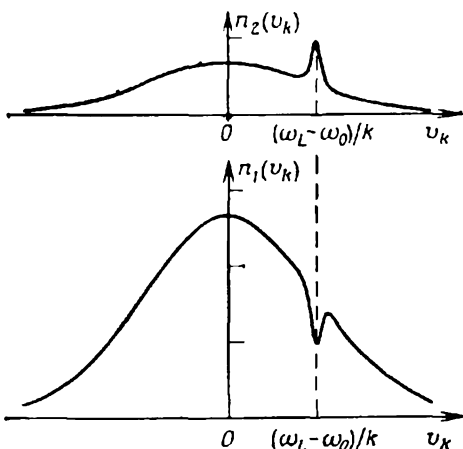


Рис. 8.4. Частотные распределения для основного и возбужденного состояний в ансамбле атомов, освещаемых монохроматическим лазерным излучением с частотой ω_L .

ния $n_1(v_k)$ возникает провал (его часто называют *провалом Беннета*), а на распределении по скоростям для верхнего состояния — соответствующий пик. Ширина провала определяется прежде всего естественной шириной линии γ_0 , иными словами: $\Delta v \approx \gamma_0/k_L$. Если первоначально верхнее, возбужденное состояние не заполнено, то под воздействием лазерного освещения на распределении $n_1(v_k)$ возникает только узкий пик, соответствующий провалу Беннета.

Переходы, индуцированные столкновениями, и спонтанная эмиссия непосредственно из состояния 2 в состояние 1, а также не прямые процессы восстанавливают исходное распределение и сглаживают провал. В стационарном состоянии эти релаксацион-

ные процессы находятся в равновесии с поглощением лазерного излучения. Это равновесие определяет глубину провала и высоту пика.

При небольших интенсивностях поглощение лазерного излучения линейно зависит от интенсивности падающего света, поскольку плотность заполнения уровней изменяется незначительно. По мере роста интенсивности, с одной стороны, возрастает вынужденное излучение, поскольку увеличивается количество атомов в возбужденном состоянии, а с другой стороны, замедляется поглощение света, поскольку количество атомов в невозбужденном состоянии существенно ниже равновесного. Поэтому эффективный коэффициент поглощения $\alpha(\omega)$ не остается постоянным, а понижается с ростом интенсивности. Он зависит от интенсивности как

$$\alpha(\omega, I) = - (dI(\omega)/dz)/I(\omega). \quad (8.28)$$

В предельном случае очень высокой интенсивности падающего лазерного излучения половина атомов будет находиться в возбужденном состоянии, а половина — в невозбужденном. При этом дальнейший рост интенсивности уже не приводит к росту поглощения. Можно говорить о процессе *насыщения*. Для коэффициента поглощения получим [8.4]

$$\alpha(\omega, I) = \alpha_0(\omega)/\sqrt{1 + I(\omega)/I_s}. \quad (8.29)$$

Здесь $\alpha_0(\omega)$ — линейный коэффициент поглощения при малых интенсивностях, а I_s — так называемая *интенсивность насыщения* для данного оптического перехода. Она не зависит от частоты. При $I = I_s$ коэффициент поглощения уменьшается в $1/\sqrt{2}$ раза. К сожалению, по мере приближения к насыщению ширина провала Беннета на $n_1(v_k)$ становится больше (уширение при насыщении), поэтому необходимо работать при не слишком больших интенсивностях.

Уравнение (8.29) при $\gamma_0 \ll \gamma_a$ описывает профиль поглощения для рассматриваемого перехода в направлении k_L/k_L для ансамбля атомов, которые уже освещаются интенсивным лазерным излучением с частотой ω_L . Этот профиль представляет собой широкое распределение Гаусса с небольшим провалом на частоте ω_L . Фиксация этого провала лежит в основе так

называемой лазерной спектроскопии насыщения. В принципе можно представить себе, что профиль поглощения изучается с помощью второго лазерного пучка, частота которого определяется самим профилем. Этот второй лазерный пучок тоже вызывает по-

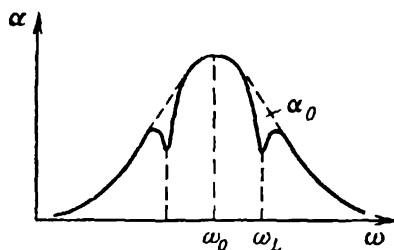


Рис. 8.5. Спектр поглощения ансамбля атомов, освещаемых двумя противоположно направленными монохроматическими пучками с частотой ω_L .

явление соответствующего провала. На практике по многим причинам удобно использовать для насыщения и для анализа спектра одно и то же монохроматическое излучение. В этом случае первичный лазерный пучок проходит через полупрозрачное зеркало и разделяется на насыщающий и анализирующий пучки. Оба пучка проходят через ансамбль атомов в противоположных направлениях. В этом случае профиль поглощения в направлении излучения содержит два провала, симметричных относительно ω_0 (рис. 8.5). Если частота лазера точно совпадает с частотой

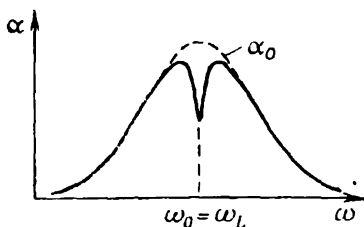


Рис. 8.6. Спектр поглощения для $\omega_L = \omega_0$.

перехода ($\omega_L = \omega_0$), то оба провала сливаются, образуя особенно глубокий минимум (рис. 8.6). В литературе этот минимум называют *лэмбовским провалом*. В этом случае обе волны взаимодействуют с одной и той же группой атомов из всего ансамбля.

Насыщающий пучок часто дополнительно модулируют, например с помощью вращающегося диска со

щелью. Интенсивность анализирующего пучка фиксируют с помощью фазочувствительного детектора (см. разд. 6.4). В области лэмбовского провала модуляция насыщающего пучка приводит к модуляции анализирующего излучения, поскольку в перерывах между освещением анализирующий пучок поглощается сильнее, чем во время освещения, когда атомы переводятся в возбужденное состояние насыщающим пучком. Чем дальше от ω_0 , тем меньше это взаимное влияние. Поскольку выходной сигнал детектора про-

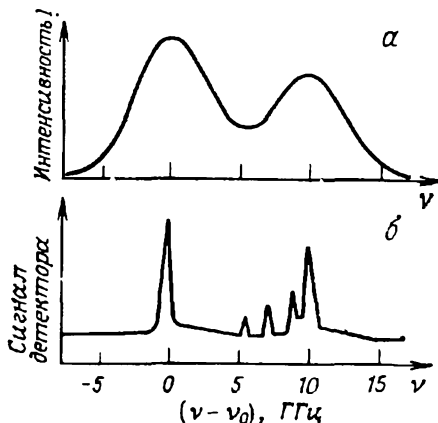


Рис. 8.7. *a* — доплеровский профиль линии $H\alpha$ при комнатной температуре; *b* — спектр насыщения [8.6, 8.11].

порционален модулированной части излучения, спектральная ширина сигнала зависит от ширины $\omega_L - \omega_0$ лэмбовского провала. В этом случае переходную частоту можно измерить с очень высоким разрешением, которое ограничено только естественной шириной линии.

Возможности этого метода можно убедительно продемонстрировать на примере недавних исследований $H\alpha$ -линии атома водорода [8.6]. На рис. 8.7, *a* показан доплеровский профиль линии, полученный с помощью обычного спектрографа при комнатной температуре и низкой плотности газа (т. е. в условиях, когда нет уширения линии за счет столкновений). Расщепление, связанное с тонкой структурой, и лэмбовский сдвиг приводят к возникновению семи спек-

тральных компонент с различными интенсивностями. Обычный метод не позволяет их разрешить (см. рис. 8.7, а). На рис. 8.7, б показан спектр, полученный с помощью лазерной спектроскопии насыщения. Здесь все семь компонент спектральной линии разрешаются с очень высокой точностью. Абсолютное измерение соответствующих длин волн позволило заново очень точно определить постоянную Ридберга.

В распоряжении экспериментатора имеется множество разновидностей этого метода. Всех интересующихся мы отсылаем к литературе, приведенной в начале раздела.

8.3.2. Двухфотонная спектроскопия

Если две электромагнитные волны с частотами ω_1 и ω_2 и волновыми векторами \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 падают на ансамбль атомов, то существует конечная вероятность перехода из невозбужденного в возбужденное состояние с одновременным поглощением двух фотонов (рис. 8.8). При этом должны выполняться закон сохранения энергии и соблюдаться соответствующие правила отбора: оба состояния должны иметь одинаковое квантовое число, определяющее возможные значения момента импульса L :

$$\Delta L = 0 \text{ или } \pm 2. \quad (8.30)$$

Эффект Доплера и в этом случае приводит к смещению частоты, и для атома со скоростью \mathbf{v} закон сохранения энергии имеет вид

$$E_2 - E_1 = \hbar(\omega_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{v}) + \hbar(\omega_2 - \mathbf{k}_2 \mathbf{v}), \text{ или} \quad (8.31)$$

$$E_2 - E_1 = \hbar(\omega_1 + \omega_2) - \hbar(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \mathbf{v}.$$

Таким образом, профиль поглощения определяется распределением атомов по скоростям. Если рассмотреть две волны с одинаковой частотой $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, которые проходят через ансамбль атомов в противоположных направлениях ($\mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_2$), то для всех атомов независимо от их скорости будет выполняться

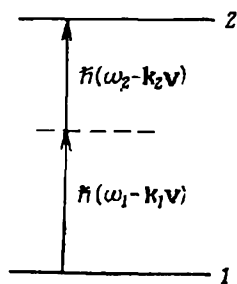


Рис. 8.8. Двухфотонное поглощение.

условие резонанса для одновременного поглощения двух фотонов, а уравнение (8.31) перейдет в

$$E_2 - E_1 = 2\hbar\omega. \quad (8.32)$$

Такой прием позволяет исключить доплеровское уширение, и разрешение метода будет определяться только естественной шириной линии. Эксперимент в прин-

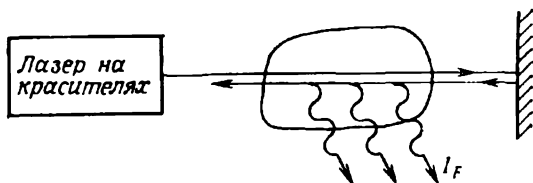


Рис. 8.9. Схема двухфотонной спектроскопии, которая позволяет исключить эффект Доплера.

ципе очень прост. С помощью зеркала лазерный пучок, прошедший через ансамбль атомов, отражается и направляется в обратном направлении. Схема опыта показана на рис. 8.9. Процесс поглощения можно изучать, например, фиксируя флуоресцентное излучение I_F , возникающее при переходе атома из возбужденного состояния 2 в состояния с более низкой энергией.

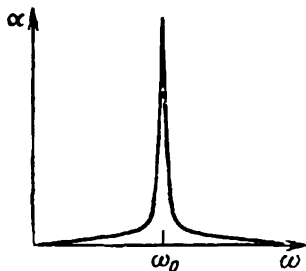


Рис. 8.10. Спектр двухфотонного поглощения

Вероятность одновременного поглощения двух фотонов, вообще говоря, очень мала, однако она возрастает пропорционально произведению интенсивностей $I_1 \cdot I_2$ двух пучков света. Поэтому очень важно, что лазеры позволяют достичь больших интенсивностей: это облег-

чает подобные измерения. Существенно, что в процесс поглощения вносят вклад все атомы, в то время как при лазерной спектроскопии насыщения участвует лишь небольшая доля атомов ансамбля.

Отметим, что кроме поглощения, свободного от влияния доплеровского эффекта, лазерное излучение

индуцирует и переход, в котором участвуют два фотона из одного и того же лазерного пучка:

$$E_2 - E_1 = 2\hbar(\omega - kv). \quad (8.33)$$

Этот процесс обуславливает поглощение, ширина линии которого зависит от распределения атомов по скоростям. Поэтому в результате профиль поглощения состоит из очень широкого доплеровского фона и узкой линии, на которую эффект Доплера не влияет (рис. 8.10).

Если подходящим образом выбрать поляризацию лазерного света, то можно добиться, что правило отбора для магнитного квантового числа будет соблюдаться только для одного из фотонов из двух пучков [8.4]. Этот прием позволяет полностью убрать фон.

8.4. Мессбауэровская спектроскопия ¹⁾

Атомные ядра также могут поглощать или излучать электромагнитные волны при переходе из одного состояния в другое. Энергия квантов этого излучения превышает 6 кэВ и может достигать нескольких мегаэлектронвольт. Таким образом, это γ -излучение. При этом наиболее глубоколежащие ядерные состояния имеют относительно большое время жизни. Из соотношения неопределенностей (6.7) следует, что эти состояния имеют соответственно малую естественную ширину линии γ_0 (или Γ_0 в энергетических единицах) соответствующих переходов. Относительная ширина линии γ_0/ω_0 (или $\Gamma_0/\hbar\omega_0$) составляет по порядку величины 10^{-8} — 10^{-15} [8.6]. Ни один из детекторов для γ -квантов (см. разд. 7.5—7.7) не имеет разрешения, сравнимого с этими величинами. Поэтому до недавних пор наблюдать невозмущенные ядерные переходы было практически невозможно.

Рассмотрим покоящееся атомное ядро, которое испускает квант электромагнитного излучения. Высокая энергия этого кванта $E = \hbar\omega$ соответствует и большому значению импульса $p = \hbar\omega/c$. Поэтому из закона сохранения импульса следует, что ядро, испустившее гамма-квант, приобретет и большой импульс

¹⁾ См. [8.20*, 8.21*]. — Прим. перев.

в противоположном направлении (*эффект отдачи*). Кинетическая энергия атома составит

$$E_R = \frac{p^2}{2M} = \frac{\hbar^2 \omega^2}{2Mc^2}. \quad (8.34)$$

Эту кинетическую энергию следует учесть в энергетическом балансе испускания γ -кванта:

$$E_2 - E_1 = \hbar \omega_0 = \hbar \omega + E_R. \quad (8.35)$$

Таким образом, действительная частота испущенного излучения ω будет на $\omega_R = E_R/\hbar$ меньше частоты ω_0 без учета отдачи. При поглощении γ -квантов ядро, наоборот, приобретает импульс и профиль линии по-

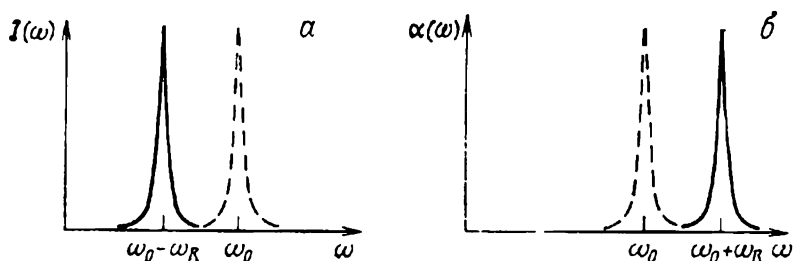


Рис. 8.11. Спектры испускания (а) и поглощения (б) γ -переходов покоящихся атомных ядер. ω_0 — частота перехода без отдачи.

глощения соответственно смещается на ω_R в сторону более высоких частот. На рис. 8.11 показаны профили линий испускания и поглощения для покоящихся атомных ядер. Они смещены относительно друг друга на $2\omega_R$. Отсюда понятно, почему в этом случае испущенное γ -излучение не может поглощаться тем же атомом: резонансное поглощение не наблюдается.

Как и при переходах между состояниями в электронных оболочках атома, тепловое движение ядер приводит к доплеровскому уширению линий. Пусть \mathbf{k} — волновой вектор испущенного кванта, а \mathbf{v} — скорость ядра, тогда доплеровское смещение $\Delta\omega = \mathbf{k}\mathbf{v}$ войдет в энергетический баланс перехода:

$$\hbar\omega = \hbar\omega_0 - \hbar\omega_R + \hbar(\mathbf{k}\mathbf{v}). \quad (8.36)$$

В этом случае максвелловское распределение атомов по скоростям тоже приведет к гауссовому уширению

профиля вблизи частоты $\omega_0 - \omega_R$. Ширина линии определяется выражением (8.1) и превышает естественную ширину линии на много порядков величины. На рис. 8.12 показано относительное положение линий испускания и поглощения. Обе линии расположены симметрично относительно частоты $\omega = \omega_0$, и резонансное поглощение возможно на том участке, где эти два профиля перекрываются (заштрихованная область на рис. 8.12).

Рассмотрим теперь эмиссию γ -лучей атомами, которые образуют кристаллическую решетку. Поскольку химические связи между атомами в кристалле пре-

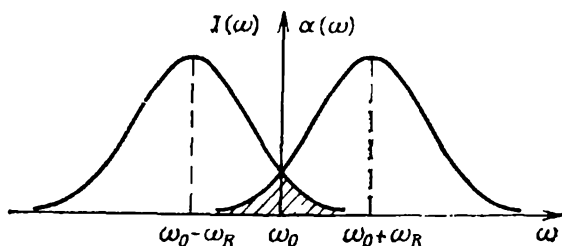


Рис. 8.12. Относительное положение линий поглощения и испускания γ -перехода. Линии уширены за счет эффекта Доплера.

пятствуют их свободному перемещению, теперь импульс передается всему кристаллу в целом. Тогда в выражении (8.34) величина M будет означать массу всего кристалла. При этом энергия отдачи E_R , а следовательно, и смещение частоты ω_R будут пренебрежимо малы. При понижении температуры доплеровское уширение линий в кристалле тоже быстро уменьшается. Поэтому атомы в кристалле будут испускать излучения с очень узкими спектральными линиями, ширина которых будет близка к естественной ширине линии, обусловленной соотношением неопределенностей. Эти узкие линии были открыты Рудольфом Мессбауэром в 1958 г. Таким образом, предсказания теории подтвердились. Эти линии называют сегодня линиями Мессбауэра, а физический эффект, приводящий к их появлению — эффектом Мессбауэра [8.16].

Приведенное выше описание очень упрощено, поскольку атомное ядро не закреплено жестко в кри-

сталлической решетке, а участвует в ее колебаниях. Поэтому точное описание эффекта Мессбауэра должно учитывать эти колебания решетки [8.5]. Учет энергии колебаний решетки в (8.35) вместо энергии отдачи E_R вновь приводит к смещению частоты, и поэтому получающийся эмиссионный спектр состоит не только из узких мессбауэровских линий, а содержит также квазинепрерывный фон, образованный множеством линий, соответствующих спектру колебаний решетки (рис. 8.13).

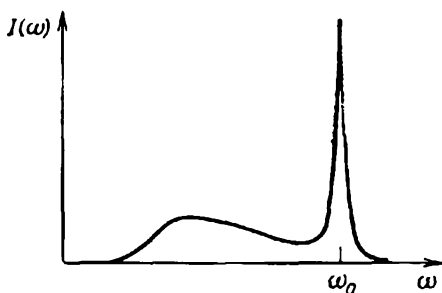


Рис. 8.13. Схематический спектр кристаллического источника γ -излучения.

Долю квантов f , испускаемых в мессбауэровской линии без отдачи, обычно называют фактором Дебая — Валлера, а иногда — множителем Лэмба — Мессбауэра. Величина f зависит от энергии γ -квантов, дебаевской температуры кристалла и абсолютной температуры, при которой происходит измерение [8.5]. Чем ниже энергия γ -квантов, тем выше величина f . Поэтому при мессбауэровских измерениях используют изотопы, которые испускают γ -кванты в области энергий ниже 50 кэВ, хотя существуют многочисленные изотопы с энергиями до 150 кэВ, которые испускают в соответствующих кристаллах мессбауэровские линии.

Изучение узких линий проводят с помощью метода ядерного гамма-резонанса, который принято называть мессбауэровской спектроскопией. На рис. 8.14 показана типичная схема экспериментальной установки.

Испускаемые радиоактивным источником γ -кванты проходят через изучаемый поглотитель, а количество прошедших квантов регистрируется детектором.

В других вариантах метода измеряется число поглощенных квантов, которые регистрируются по флуоресцентному излучению или характеристическому рентгеновскому излучению.

Линия γ -лучей источника, естественно, накладывается на линию поглотителя. Разделить их проще всего можно с помощью эффекта Доплера, поэтому источ-

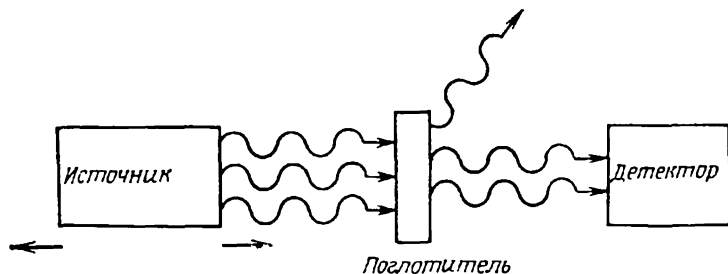


Рис. 8.14. Схема мессбауэровского эксперимента.

ник γ -квантов перемещают. Характерные скорости, соответствующие смещению порядка естественной ширины линии, лежат в интервале от 1 мм/с до 1 см/с. Обычно измеряют зависимость скорости счета детектора от скорости перемещения источника. Эти зависимости и называют мессбауэровскими спектрами. Мессбауэровская спектроскопия в настоящее время является наиболее точным из всех физических экспериментальных методов.

*Недостаточно лишь знать —
надо применять знания.
Недостаточно только хотеть —
надо еще и делать.*

Иоганн Вольфганг фон Гёте

Литература ¹⁾

Введение

- 0.1. *Eder F. X.* Moderne Messmethoden der Physik. — Berlin: Verlag der Wissenschaften, 1968, 1970, 3 Bände.
- 0.2. *Kohlrausch F.* Praktische Physik. 22. Aufl. — Stuttgart: Teubner, 1976, 3 Bände.
- 0.3. *Marion L.*, Hrsg. Methods of Experimental Physics. — New York: Academic Press, 1959—1981, 19 Bände.

Глава 2

- 2.1. *Bayer-Helms F.* Neudefinition der Basiseinheit Meter, im Jahre 1983. Phys. Bl., 39, 307—311, 414 (1983).
- 2.2. Document U. I. P. 20 (1978): Symbole, Einheiten und Nomenklatur in der Physik 1980. — Weinheim: Physik Verlag.
- 2.3. *German S., Draht P.* Handbuch der SI-Einheiten. — Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, 1979.
- 2.4. *Kamke D., Krämer K.* Physikalische Grundlagen der Masseinheiten. — Stuttgart: Teubner, 1977.
- 2.5. *Stille U.* Messen und Rechnen in der Physik. 2. Aufl. — Braunschweig: Vieweg, 1961.
- 2.6*. *Бурдун Г. Д.* Единицы физических величин. — М.: Изд-во стандартов, 1967.
- 2.7*. *Бурдун Г. Д.* Справочник по международной системе единиц. — М.: Изд-во стандартов, 1980.
- 2.8*. *Бурдун Г. Д., Марков Б. Н.* Основы метрологии. — М.: Изд-во стандартов, 1975.
- 2.9*. *Маликов С. Ф., Тюрин Н. И.* Введение в метрологию, 2-е изд. — М.: Изд-во стандартов, 1966.

Глава 3

- 3.1. *Braddick H. J. J.* Die Physik des experimentellen Arbeitens. — Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1959.
- 3.2. *Bruckmayer F.* Allg. Wärmetechnik 4, 79—85 (1953).
- 3.3. *Cambel A. L.* Plasma Physics and Magnetofluidmechanics. — New York: McGraw-Hill, 1963.
- 3.4. *von Engel A., Steenbeck M.* Elektrische Gasentladungen, Bd. 2. — Berlin: Springer, 1934.

¹⁾ Литература, отмеченная звездочкой, добавлена при переводе. — Прим. перев.

- 3.5. *Francis G.* The Glow Discharge at Low Pressure. In: S. Flügge, Handbuch der Physik, Bd. 22. — Berlin: Springer, 1956.
- 3.6. *Fritsch G.* Transport. — Wiesbaden: Akademische Verlagsgesellschaft, 1979.
- 3.7. *Glaser W.* Elektronen- und Ionenoptik. In: S. Flügge, Handbuch der Physik, Bd. 33. — Berlin: Springer, 1956.
- 3.8. *Görtler H.* Dimensionsanalyse. — Berlin: Springer, 1975.
- 3.9. *Grivet P., Septier A.* Electron Optics. — Oxford: Pergamon Press, 1972.
- 3.10. *Grosser J.* Einführung in die Teilchenoptik. — Stuttgart: Teubner, 1983.
- 3.11. *Hackeschmidt M.* Strömungstechnik. Ähnlichkeit — Analogie — Modell. — Leipzig: Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1972.
- 3.12. *Kippenhahn R., Mällenhoff C.* Elementare Plasmaphysik. — Mannheim: Bibliographisches Institut, 1975.
- 3.13. *Michelsson P.* Messen, Steuern, Regeln 10, 93—96 (1967).
- 3.14. *Mönch E.* Z. f. angew. Physik, 1, 306—316 (1949).
- 3.15. *Schindler K.* Rev. Geophys., 7, 51—75 (1969).
- 3.16. *Schmidt E.* Einführung in die Technische Thermodynamik. — Berlin: Springer, 1956.
- 3.17. *Weber M.* Jahrb. d. Schiffbautechn. Ges., 275—354 (1930).
- 3.18. *Zierep J.* Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln der Strömungslehre. — Karlsruhe: Braun, 1972.
- 3.19*. *Бриджмен П. В.* Анализ размерностей. — М.: ОНТИ — ГТТИ, 1934.
- 3.20*. *Клайн С. Дж.* Подобие и приближенные методы. — М.: Мир, 1968.
- 3.21*. *Хантли Г.* Анализ размерностей. — М.: Мир, 1970.
- 3.22*. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. — М.: Мир, 1986.
- 3.23*. *Шенк Х.* Теория инженерного эксперимента. — М.: Мир, 1972.

Глава 4

- 4.1. *Abramowitz M., Stegun I. A.* Handbook of Mathematical Functions. — New York: Dover, 1972. [Имеется перевод: *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. — М.: Наука, 1979.]
- 4.2. *Barford N. C.* Kleine Einführung in die statistische Analyse von Messergebnissen. — Frankfurt: Akademische Verlagsgesellschaft, 1970.
- 4.3. *Bevington P. R.* Data Reductions and Error Analysis for the Physical Sciences. — New York: McGraw-Hill, 1969
- 4.4. *Hein O.* Statistische Verfahren der Ingenieurpraxis. — Mannheim: Bibliographisches Institut, 1978.
- 4.5. *Kreyszig E.* Statistische Methoden und ihre Anwendungen. — Göttingen: Vandenhoeck & Rupprecht, 1979.
- 4.6. *Ludwig R.* Methoden der Fehler- und Ausgleichsrechnung. — Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn, 1969.
- 4.7. *Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В.* Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений (3-е изд.). — М.: Наука, 1969.

- 4.8. *Squires G. L.* Messergebnisse und ihre Auswertung. — Berlin: Walter de Gruyter, 1971.
- 4.9. *van der Waerden B. L.* Mathematische Statistik. — Berlin: Springer, 1971. [Имеется перевод раннего издания: *Ван-дер-Варден Б. Л.* Математическая статистика. — М.: ИЛ, 1960.)
- 4.10*. *Гутер Р. С., Овчинский Б. В.* Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. — М.: Наука, 1970.
- 4.11*. *Краммер Г.* Математические методы статистики. Пер. с англ. — М.: Мир, 1975.
- 4.12*. *Румшинский Л. З.* Элементы теории вероятностей — М.: Наука, 1976.

Глава 5

- 5.1. *Frühaufl U.* Grundlagen der elektronischen Messtechnik. — Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, 1977.
- 5.2. *Grau G.* Optische Nachrichtentechnik. — Berlin: Springer, 1981.
- 5.3. *Hart H.* Einführung in die Messtechnik. — Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn, 1978.
- 5.4. *Kersten R. Th.* Einführung in die Optische Nachrichtentechnik. — Berlin: Springer, 1983.
- 5.5. *Merz L.* Grundkurs der Messtechnik, Teil I und II. — München: R. Oldenbourg, 1975.
- 5.6. *Niebuhr J.* Physikalische Messtechnik. Bd I. — München: R. Oldenbourg, 1977.
- 5.7. *Peschl H.* HF — Leitung als Übertragungsdlied und Bauteil. — München: Hüthig und Pflaum, 1979.
- 5.8. *Resenberger D. et al.* Optische Informationsübertragung mit Lichtwellenleitern. — Grafenau: Expert Verlag, 1982.
- 5.9. *Schrüfer E.* Elektrische Messtechnik. — München: Carl Hanser, 1983.
- 5.10. *Unger H.-G.* Theorie der Leitungen. — Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn, 1967.
- 5.11*. *Дианов Е. М.* Волоконные световоды для оптической связи. Справочник по лазерам, т. 2. — М.: Наука, 1978.
- 5.12*. *Девярых Г. Г., Дианов Е. М.* Вестник АН СССР, 10, 54 (1981).
- 5.13*. *Чернышев В. Н., Шереметьев А. Г., Кобзев В. В.* Лазеры в системах связи. — М.: Связь, 1966.
- 5.14*. *Цапенко М. П.* Измерительные информационные системы. — М.: Энергия, 1974.
- 5.15*. *Новопашенный Г. Н.* Информационные измерительные системы. — М.: Высшая школа, 1977.
- 5.16*. *Мановцев А. П.* Основы теории радиотелеметрии. — М.: Энергия, 1973.
- 5.17*. *Методы физических измерений.* — Новосибирск: Наука, 1975.
- 5.18*. *Сенченков А. П.* Техника физического эксперимента. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
- 5.19*. *Слабкий Л. И.* Методы и приборы предельных измерений в экспериментальной физике. — М.: Наука, 1973.

- 6.1. *Abragam A.* The Principles of Nuclear Magnetism. — Oxford: Clarendon Press, 1962. [Имеется перевод: *Абрагам А.* Ядерный магнетизм. — М.: ИЛ, 1963.]
- 6.2. *Azaroff L. V.* X-Ray Spectroscopy. — New York: McGraw-Hill, 1974.
- 6.3. *Bergmann-Schaefer Hrsgb., Gobrecht H.* Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. III. — Berlin: Walter de Gruyter, 1974.
- 6.4. *Bethge K.* Quantenphysik. — Mannheim: Bibliographisches Institut, 1978.
- 6.5. *Bittel H., Storm L.* Rauschen. — Berlin: Springer, 1971.
- 6.6. *Cardona M.* Modulation Spectroscopy. — New York: Academic Press, 1969.
- 6.7. *Dicke R. H.* Rev. Sci. Instr. 17, 268—275 (1946).
- 6.8. *Dreszer J.* Mathematik Handbuch. — Zürich: Harri Deutsch, 1975.
- 6.9. *Grau G. K.* Quantenelektronik. — Braunschweig: Vieweg, 1978.
- 6.10. *Ingram D. J. E.* Spectroscopy at Radio and Microwave Frequencies. — London: Butterworths, 1967. [Имеется перевод раннего издания: *Инграм Д.* Спектроскопия на высоких и сверхвысоких частотах. — М.: ИЛ, 1959.]
- 6.11. *King K.* Electrical Noise. — London: Chapman and Hall, 1966.
- 6.12. *Kleen W., Müller R.* Laser. — Berlin: Springer, 1969.
- 6.13. *Kliger D. S., ed.* Ultrasensitive Laser Spectroscopy. — New York: Academic Press, 1983.
- 6.14. *Koepf S.* Hochfrequenztechn. u. Elektroak. 64, 124—129 (1956).
- 6.15. *Messiah A.* Quantenmechanik, Bd. 1. — Berlin: Walter de Gruyter, 1976.
- 6.16. *Müller R.* Rauschen. — Berlin: Springer, 1969.
- 6.17. *Oliver B. M.* Proc. IFEE 53, 436—454 (1965).
- 6.18. *Padgham C. A.* Subjective Limitations on Physical Measurements. — London: Chapman and Hall, 1965.
- 6.19. *Pfeifer H.* Elektronik für den Physiker, Bd. III. — Berlin: Akademie-Verlag, 1966.
- 6.20. *Reif F.* Fundamentals of Statistical and Thermal Physics. — New York: McGraw-Hill, 1965. [Имеется перевод: *Рей Ф.* Статистическая физика. — М.: Наука, 1986.]
- 6.21. *Rohe K.-H.* Elektronik für Physiker. — Stuttgart: Teubner, 1978.
- 6.22. *Rohlf's K.* Tools of Radio Astronomy. — Berlin: Springer, 1986.
- 6.23. *Townes C. H., Schawlow A. L.* Microwave Spectroscopy. — New York: Dover, 1975. [Имеется перевод раннего издания: *Таунс Ч., Шавлов А.* Радиоспектроскопия. — М.: ИЛ, 1959.]
- 6.24. *Van der Ziel A.* Noise. — Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1970. [Имеется перевод: *Ван-дер-Зил А.* Шум. Источники, описание, измерение. — М.: Советское радио, 1973.]
- 6.25. *Wehry E. L., ed.* Modern Fluorescence Spectroscopy, Vol. 1. — New York: Plenum, 1976.

- 6.26*. *Пирс Дж.* Символы, сигналы, шумы. Закономерности и процессы передачи информации. Пер. с англ. — М.: Мир, 1967.
- 6.27*. *Ширман Я. Д., Манжос В. Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Связь, 1981.
- 6.28*. *Бонч-Бруевич А. М.* Радиоэлектроника в экспериментальной физике. — М.: Наука, 1966.
- 6.29*. *Малахов А. Н.* Флуктуации в автоколебательных системах. — М.: Связь, 1968.
- 6.30*. *Суходоев И. В.* Шумы электрических цепей. — М.: Связь, 1975.
- 6.31*. *Робинсон Ф. Н. Х.* Шумы и флуктуации в электронных схемах и цепях. Пер. с англ. — М.: Атомиздат, 1980.

Глава 7

- 7.1. *Allkofer O. C.* Teilchen — Detektoren. — München: Karl Thiernig, 1971.
- 7.2. *Barfoot K. M., Mitchell I. V., Avaldt L., Eschbach H. I., Gilbody W. B.* Nucl. Instr. and Meth. Phys. Res., B 5, 534—544 (1984).
- 7.3. *Beck G.* Rev. Sci. Inst., 47, 537—541 (1976).
- 7.4. *Birks J. B.* The Theory and Practice of Scintillation Counting. — Oxford: Pergamon Press, 1964. [Имеется перевод раннего издания: *Биркс Дж.* Сцинтилляционные счетчики. — М.: ИЛ, 1955.]
- 7.5. *Brown D. B., Criss J. W., Birks L. S.* J. Appl. Phys., 47, 3722—3731 (1976).
- 7.6. *Büker H.* Theorie und Praxis der Halbleiterdetektoren für Kernstrahlung. — Heidelberg: Springer, 1971.
- 7.7. *Dereniak E. L., Crowe D. G.* Optical Radiation Detectors. — New York: John Wiley & Sons, 1984.
- 7.8. *Dozier C. M., Brown D. B., Birks L. S., Lyons P. B., Benjamin R. F.* J. Appl. Phys., 47, 3732—3738 (1976).
- 7.9. *Driscoll W. G., Vaughan W.* Handbook of Optics. — New York: McGraw-Hill, 1978.
- 7.10. *Fricke J., Müller A., Salzborn E.* Nucl. Inst. and Meth., 175, 379—384 (1980).
- 7.11. *Henke B. L., Fujiwara F. G., Tester M. A., Dittmore C. H., Palmer M. A.* J. Opt. Soc. Am., B 1, 828—849 (1984).
- 7.12. *Herz R. H.* The Photographic Action of Ionizing Radiation. — New York: Wiley Interscience, 1969.
- 7.13. *Joos G., Schopper E.* Grundriss der Photographie und ihrer Anwendungen besonders in der Atomphysik. — Frankfurt: Akademische Verlagsgesellschaft, 1958.
- 7.14. *Keyes R. J., ed.* Optical and Infrared Detectors. — Berlin: Springer, 1977.
- 7.15. *Kingsion R. H.* Detection of Optical and Infrared Radiation. — Berlin: Springer, 1978.
- 7.16. *Kleinknecht K.* Detektoren für Teilchenstrahlung. — Stuttgart: Teubner, 1984.
- 7.17. *Kroll G. F.* Radiation Detection and Measurement. — New York: John Wiley & Sons, 1979.

- 7.18. *Kuhn A.* Halbleiter- und Kristallzähler. — Leipzig: Geest & Portig, 1969.
- 7.19. *Krug W., Weide H.-J.* Wissenschaftliche Photographie in der Anwendung. — Leipzig: Geest & Portig, 1976.
- 7.20. *Kruse P. W.* Grundlagen der Infrarottechnik. — Stuttgart: Berliner Union, 1971.
- 7.21. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика, т. 5, ч. 1. Статистическая физика. — М.: Наука, 1982.
- 7.22. *Mack J. E., Paresce F., Bowyer S.* Appl. Optics, 15, 861—862 (1976).
- 7.23. *Mitchel G. R.* Rev. Sci. Instrum., 53, 111—112 (1982).
- 7.24. *Müller E. R., Mast F. J.* Appl. Phys., 55, 2625—2641 (1984).
- 7.25. *Müller J.* Photodiodes for Optical Communication. In: Advances in Electronics and Electron Physics, Vol. 55, eds. Marton L. and Marton C. — New York: Academic Press, 1981.
- 7.26. *Neuert H.* Kernphysikalische Messverfahren. Karlsruhe: Braun, 1966.
- 7.27. *Olsen J. O.* J. Phys. E: Sci. Instrum., 12, 1106—1108 (1979).
- 7.28. *Sampson J. A. R.* Techniques of Vacuum Ultraviolet Spectroscopy. — New York: John Wiley & Sons, 1967.
- 7.29. *Sauerbrey G.* Appl. Optics, 11, 2576—2583 (1972).
- 7.30. *Smith R. A., Jones F. E., Chasmar R. P.* The Detection and Measurement of Infra-Red Radiation. — Oxford: At the Clarendon Press, 1968.
- 7.31. *Stahl K., Miosga G.* Infrarottechnik. — Heibelberg: Hüthig, 1980.
- 7.32. *Talmi Y.* Appl. Optics, 17, 2489—2501 (1978).
- 7.33. *Thomas H. E.* Handbook of Microwave Techniques and Equipment. — Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1972.
- 7.34. *Vieth G.* Messverfahren der Photographie. — München: R. Oldenbourg, 1974.
- 7.35. *Whiteley M. J., Pearson J. F., Fraser G. W., Barst M. A.* Nucl. Instr. and Meth. Phys. Res., 224, 287—297 (1984).
- 7.36. *Wiesemann K.* Einführung in die Gaselektronik. — Stuttgart: Teubner, 1976.
- 7.37. *Wiza J. L.* Nucl. Instr. and Meth., 162, 587—601 (1979).
- 7.38. *Wolf M.* Physik in unserer Zeit, 12, 90—95 (1981).
- 7.39*. *Сосновский А. Г., Столярова Н. И.* Измерение температур. — М.: Изд-во стандартов, 1970.
- 7.40*. *Основы электроизмерительной техники.* — М.: Энергия, 1972.
- 7.41*. *Криксунов Л. З.* Справочник по основам инфракрасной техники. — М.: Советское радио, 1978.
- 7.42*. *Соболева Н. А., Мелаид А. Е.* Фотоэлектронные приборы. — М.: Высшая школа, 1974.
- 7.43*. *Рывкин С. М.* Фотоэлектрические явления в полупроводниках. — М.: Физматгиз, 1963.
- 7.44*. *Берковский А. Г., Гаванин В. А., Зайдель И. Н.* Вакуумные фотоэлектронные приборы. — М.: Энергия, 1976.
- 7.45*. *Калашникова В. И., Козодаев М. С.* Детекторы элементарных частиц. — М.: Наука, 1966.
- 7.46*. *Дмитриев В. Д., Лукьянов С. М., Тяжонкевич Ю. Э., Саггаров Д. К.* — Приборы и техника эксперимента, 2, 7 (1982).

Глава 8

- 8.1. *Born M., Wolf E.* Principles of Optics. — Oxford: Pergamon Press, 1975. [Имеется перевод раннего издания: *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1970.]
- 8.2. *Corney A.* Atomic and Laser Spectroscopy. — Oxford: Clarendon Press, 1977.
- 8.3. *Demtröder W.* Grundlagen und Techniken der Laserspektroskopie. — Berlin: Springer, 1977.
- 8.4. *Demtröder W.* Laser Spectroscopy. Basic Concepts and Instrumentation. — Berlin: Springer, 1981. [Имеется перевод: *Демтрёдер В.* Лазерная спектроскопия. — М.: Наука, 1985.]
- 8.5. *Gonser U.*, ed.: Mössbauer Spectroscopy. — Berlin: Springer, 1975.
- 8.6. *Hänsch T. W., Schawlow A. L., Series G. W.* Sci. Am., **240**, № 3, 94—110 (1979).
- 8.7. *Jacquinot P. J.* Opt. Soc. Am., **44**, 761—765 (1954).
- 8.8. *Letochow W. S.* Laserspektroskopie. — Braunschweig: Vieweg, 1977.
- 8.9. *Летохов В. С., Чеботарев В. П.* Принципы нелинейной лазерной спектроскопии. — М.: Наука, 1975.
- 8.10. *Schäfer F. P.*, ed. Dye Lasers. — Berlin: Springer, 1977. [Имеется перевод: *Шефер Ф. П.* Лазеры на красителях. — М.: Мир, 1976.]
- 8.11. *Schawlow A. L.* Rev. Mod. Phys., **54**, 697—707 (1982).
- 8.12. *Shimoda K.*, ed. High-Resolution Laser Spectroscopy. — Berlin: Springer, 1976.
- 8.13. *Thorne A. P.* Spectrophysics. — London: Chapman and Hall, 1974.
- 8.14. *Walther H.*, ed. Laser Spectroscopy of Atoms and Molecules. — Berlin: Springer, 1976.
- 8.15. *Walther H.* Physik. Blätter, **41**, 57—62 (1985).
- 8.16. *Wegener H.* Der Mössbauer-Effekt und seine Anwendungen in Physik und Chemie. — Mannheim: Bibliographisches Institut, 1966.
- 8.17*. *Ландсберг Г. С.* Оптика. — М.: Наука, 1976.
- 8.18*. *Сороко Л. М.* Основы голографии и когерентной оптики. — М.: Наука, 1971.
- 8.19*. *Летохов В. С.* Проблемы лазерной спектроскопии. — УФН, **118**, № 2, 5 (1976).
- 8.20*. *Шпикель В. С.* Резонанс гамма-лучей в кристаллах. — М.: Наука, 1969.
- 8.21*. Химические применения мессбауэровской спектроскопии. Пер. с англ. — М.: Мир, 1970.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Авогадро* число 14
Акцепторный уровень 159
Ампер 11, 13
Аналогия 31, 32
Анод 109
Аппаратная функция 189
Атома масса 182
Атомные пучки коллимированные 182
- Беннета* провал 191
Боде диаграмма 70, 74
Бозе — Эйнштейна распределение 106, 115
Бойкена число 30
Болометр 134
— на основе металлов 134
— полупроводниковый 134
— сверхпроводящий 135
- Вероятности распределение
Бернулли 44
— — биномиальное 44
— — *Бозе — Эйнштейна* 49, 106, 115
— — *Гаусса* 41, 49, 182, 191
— — *Коши* 48
— — *Лоренца* 48, 49
— — *Максвелла* 198
— — *Пуассона* 45, 113, 115
— — стандартизованное нормальное 42
— — *Стюдента* 51
— — хи-квадрат 53
- Весовая функция 68
Видикон 138
Власова уравнение 27
Волновое сопротивление 77, 78, 82, 84
- Время нарастания 67
— установления 66, 131
- Гауссов* профиль 182
Гейгера счетчик 177
Гейзенберга принцип неопределенности 99
Генеральная совокупность 38
Гистерезис 64
Гистограмма 36
Голя ячейка 135
Гока число 21
- Двухфотонная спектроскопия 195
Дебая — Валлера фактор 200
Детектор идеальный 114
— пирозлектрический 136
— фазочувствительный 116, 194
— фотоэмиссионный 138
- Децибел 87
Дирака δ -функция 68
Дисперсия 38
Диффузия 30
Диэлектрик 80, 136
Длина 11, 17
Доплера эффект 182, 195
Дробовой шум 108
- Затухание 78, 88
— коэффициент 85, 87
Зеебека коэффициент 133
— эффект 133
- Излучение вынужденное 96, 192
Индуктивность 78

- Кандела 11
 Катод 109
 Квантовый выход 121, 138, 141, 159
 Кельвин 11, 13
Кемпбелла теорема 110
 Килограмм 12
 Контрольная функция 66
- Лазер** 115, 189
Ландау затухание 27
Лоренца распределение 101
Лэмба — Мессбауэра фактор 200
 Лэмбовский провал 193
Льюиса число 31
- Магнитное поле** 26, 32
 Магнитогидродинамика 26, 28
 Мазер 104
Максвелла распределение 182, 191, 198
 — уравнение 26, 27
 Математическое ожидание 38, 39, 42
Мессбауэра спектроскопия 183, 195, 197, 199
 — эффект 199, 200
 Метр 11, 12
 Мода 90, 115
 Моль 14
- Найквиста* формула 104, 107, 145
 Начальные условия 27, 33
Ньютона число 19
- Обратная связь** 75
Ома закон 26, 30
 Оптический волновод 89
 Отдачи эффект 198
 Ошибки 34, 40
 — грубые 34
 — интеграл 43
 — источники 34
 — систематические 34, 35
 — случайные 34, 35
 — среднеквадратичные 47
 — статистические 34
 — теория 36
 — функция 43
- Парсевалля* теорема 111
Пекле число 23
 Передаточная функция 69, 86
- Передачи коэффициент 65
 Переходная функция 66
 Пирозлектрическая константа 136
 Плазма 27, 28
Планка постоянная 100
 Погонные величины 78
 Подобие временное 17
 — геометрическое 17
 — динамическое 18
 — кинематическое 17
 — полное 17
 — приближенное 24
 — статическое 21
 — термическое 23
 — физическое 23
 Подобия закон 17, 24
 — — *Гука* 21
 — — *Коши* 20
 — — ньютоновский 18
 — — *Пекле* 23
 — — *Рейнольдса* 20
 — — *Фруда* 19
 — — *Фурье* 23
 — коэффициент 17, 29
 — критерий 18, 23
 Полосовой фильтр 73
 Полупроводник 158
 Почернение 121
 — кривая 121, 123
 Преобразователь 63
 — оптоэлектрический 88
 — пьезоэлектрический 104
 — электрический 88
 Приемник 91
 — пирозлектрический 136
 — тепловой 130
 Проводник без потерь 81
 — идеальный 81
 — электрический 78
 Прозрачные модели 21
Пуассона коэффициент 21
 — распределение 45, 113, 115
- Работа выхода** 141
 Равновесие 159
 — термодинамическое 105
- Световод** 88—90, 170
 Секунда 11, 13
 Сенсбилизация 126
 Скин-эффект 86
 Статистическая достоверность 44

- Ступенчатая единичная импульсная функция 66, 67
 Телеграфное уравнение 79, 80, 84
 Темновой ток 145
 — шум 145
 Трек 129
Фабри — Перо интерферометр 183
 — — резонатор 96
Фано множитель 168, 170
Ферми энергия 161
Физические величины 10, 34
 — — основные 10, 11
 — — производные 10
 — — СИ система 11
Фика закон 30
Фликкер-эффект 112
Фотодiod 77, 88, 161, 162
 — барьерный *Шотки* 165
 — лавинный 97, 164
Фотоэлектрическое уравнение 138
Фотоэффект 97, 128
Фурье число 23
Характеристическая кривая 65
Холостой ход 83
Чувствительность 65, 131
 — глаза 98, 143
 — спектральная фотослой 126, 129
 — фотоэлектронного умножителя 151, 155
 — фотозлемента 142, 151
Шварцшильда показатель 125
 — эффект 125
Шотки уравнение 111
Шум 102
 — белый 107, 111, 113
 — генерационно-рекомбинационный 112
 — дробовой 108, 112
 — квантовый 113
 — тепловой 104, 131, 165
 — $1/f$ 112
Эйнштейна соотношение 138
Эйри функция 186
Экспозиция 122
 — доза 123
Электролитическая ванна 32
Электронная лавина 154, 165, 177
 — оптика 21
Электронно-дырочные пары 163, 169
ЭПР 116
Ядерная эмульсия 129
ЯМР 116

Содержание

Предисловие редактора перевода	5
Предисловие к русскому изданию	7
Предисловие	8
1. Введение	9
2. Физические величины и единицы измерения	10
3. Планирование эксперимента	16
3.1. Введение	16
3.2. Модельные эксперименты	16
3.2.1. Законы подобия в механике	17
3.2.2. Законы подобия электронной и ионной оптики	21
3.2.3. Законы подобия для теплопереноса	23
3.2.4. Законы подобия в физике плазмы	24
3.2.5. Временной масштаб модельных экспериментов	29
3.3. Аналоговые эксперименты	29
3.3.1. Аналогия между процессами переноса	29
3.3.2. Аналогия между потенциальными полями и по-	
лями линий тока	31
3.3.3. Траектории заряженных частиц в магнитных	
полях	32
4. Обработка результатов измерений	34
4.1. Источники ошибок и их классификация	35
4.2. Основы теории ошибок	36
4.2.1. Частота, вероятность, среднее значение, дис-	
персия	36
4.2.2. Распределения вероятностей	40
4.2.3. Доверительный интервал	50
4.2.4. Критерий хи-квадрат	54
4.2.5. Сложение ошибок	57
4.2.6. Взвешенное среднее значение	58
4.3. Сглаживание экспериментальных зависимостей (ли-	
нейная регрессия)	59

5. Измерительные устройства	63
5.1. Основные блоки измерительных устройств	63
5.2. Передаточные характеристики	64
5.2.1. Статические передаточные характеристики	64
5.2.2. Динамические свойства линейных передаточных элементов	65
5.3. Принцип обратной связи	75
5.4. Электрические линии	76
5.4.1. Электрические линии как передаточные элементы	76
5.4.2. Уравнения линий связи	78
5.4.3. Передаточные характеристики электрических линий	80
5.5. Передача сигналов по световодам	88
5.5.1. Принцип действия оптических передающих систем	88
5.5.2. Передаточные свойства световода	89
5.5.3. Источники и детекторы светового излучения	95
6. Естественные пределы измерений	98
6.1. Возможности наших органов чувств	98
6.2. Принцип неопределенности Гейзенберга	99
6.3. Шумы	102
6.3.1. Влияние броуновского движения на показания гальванометра	103
6.3.2. Тепловой шум	104
6.3.3. Дробовой эффект	108
6.3.4. Другие виды шумов	112
6.3.5. Квантовый шум	113
6.4. Фазочувствительные детекторы и усилители	116
7. Детекторы частиц и электромагнитного излучения	120
7.1. Введение	120
7.2. Фоторегистрация частиц и электромагнитного излучения	121
7.2.1. Общие характеристики	121
7.2.2. Спектральные характеристики	126
7.2.3. Фотоэмульсия как детектор частиц	128
7.3. Тепловые приемники излучения	130
7.3.1. Общие характеристики	130
7.3.2. Термопары и термоэлектрические батареи	132
7.3.3. Болومتر	134
7.3.4. Ячейка Голя	135
7.3.5. Пироэлектрические детекторы	136
7.4. Фотоэмиссионные детекторы	138
7.4.1. Вакуумные фотоэлементы	138
7.4.2. Фотоэлектронный умножитель (ФЭУ)	147
7.4.3. Фотоэлектронные умножители с неразделенными динодами	153

7.5. Полупроводниковые детекторы	158
7.5.1. Фотосопротивления	158
7.5.2. Фотоземелнты и фотодиоды	161
7.5.3. Полупроводниковые счетчики	166
7.6. Сцинтилляционные счетчики	169
7.7. Ионизационные детекторы	171
7.7.1. Ионизационные камеры	171
7.7.2. Пропорциональный счетчик	175
7.7.3. Счетчик Гейгера	177
8. Спектроскопия высокого разрешения	181
8.1. Введение	181
8.2. Интерферометр Фабри — Перо	183
8.3. Лазерная спектроскопия высокого разрешения	189
8.3.1. Спектроскопия насыщения	190
8.3.2. Двухфотонная спектроскопия	195
8.4. Мессбауэровская спектроскопия	197
Литература	202
Предметный указатель	209

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Ханс-Иоахим Кунце

Методы физических измерений

Заведующий редакцией проф. А. Н. Матвеев
Зам. зав. редакцией С. М. Жебровский
Старший научный редактор В. И. Самсонова
Младшие редакторы В. И. Аксенова, И. А. Зиновьев
Художник В. С. Потапов
Художественный редактор К. В. Радченко
Технический редактор А. Ю. Жигалова
Корректор Н. А. Гиря

ИБ № 6799

Сдано в набор 20.02.89. Подписано к печати 11.09.89.
Формат 84×108¹/₁₂. Бумага кн.-журн. финская. Печать
высокая. Гарнитура литературная. Объем 3.38, бум. л.
Усл. печ. л. 11,34 Усл. кр.-отт. 11,55. Уч.-изд. л. 10,19.
Изд. № 2/5919. Тираж 17 250 экз. Зак. 93. Цена 80 коп

Издательство «Мир»

В/О «Совэкспорткнига» Государственного комитета СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
129820, ГСП, Москва, 1-й Рижский пер., 2.

Ленинградская типография № 2 головное предприятие
ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского
объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколо-
вой Государственного комитета СССР по печати. 198052,
г. Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29.