### МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

#### ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ».

Физический факультет

Кафедра общей физики

Рева Станислав Владимирович

КУРСОВАЯ РАБОТА

# Изучение отклика резонатора на короткий импульс тока

Электромагнитный практикум, 2 курс, группа №18302

# Научный руководитель:

<u>к. ф.-м. н. А.Е. Левичев</u> Оценка научного руководителя

«\_\_\_\_»\_\_\_\_20\_\_г.

# Преподаватель практикума

<u>к.т.н. В.Т. Астрелин</u> Оценка преподавателя практикума

«\_\_\_\_»\_\_\_\_20\_\_г.

# Куратор практикума:

<u>к.т.н. В.Т. Астрелин</u> Итоговая оценка

«\_\_\_\_»\_\_\_\_20\_\_\_г.

# Аннотация

Целью данной работы являлось исследование резонатора, который в дальнейшем будет использоваться в качестве детектора заряда на ускорительных системах, в частности на ВЭПП-5. Оно заключалось в определении основных параметров резонатора и изучении его отклика на короткий импульс тока, путем прямых измерений. Полученная собственная добротность основной моды резонатора ( $E_{010}$ ) близка к ее теоретической оценке, но спектр возбуждаемых мод отличается от теоретического.

# Оглавление

1.	Введение. Теоретическая часть	3
2.	Экспериментальная часть	6
3.	Заключение. Анализ полученных значений и выводы	.18
Сг	исок литературы	18

# 1 Введение. Теоретическая часть

#### 1.1 Электромагнитные резонаторы и их основные характеристики

Электромагнитный резонатор – это резонатор, в котором накопление энергии электромагнитных колебаний происходит в объёме, ограниченном проводящими поверхностями. Он характеризуется набором собственных видов колебаний (мод). Каждая мода определяется своей структурой электрических и магнитных полей. Для накопления энергии необходимо возбуждение резонатора через элемент связи: штырь, петлю или диафрагму. При возбуждении резонатора не вся поданная на него энергия запасается, часть ее отражается обратно и излучается. Так коэффициентом отражения (Г) называется отношение амплитуды напряжения отраженного сигнала к амплитуде напряжения поданного сигнала. Некоторые приборы вместо коэффициента отражения (Г) измеряют коэффициент стоячей волны ( $\rho$ ).

$$\Gamma = \frac{U_{\text{orp}}}{U_{\text{nag}}}, \rho = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}, \tag{1}$$

где  $U_{\text{пад}}$  – напряжение падающего сигнала,  $U_{\text{отр}}$  – напряжение отраженного сигнала (величины могут быть комплексными). Если, в резонаторе есть элемент связи, через который энергия вводится в резонатор, то для него можно ввести коэффициент связи:

$$\beta = \frac{P_{\rm BH}}{P_0},\tag{2}$$

где  $P_{\rm BH}$  – мощность, излучаемая в нагрузку,  $P_0$  – мощность, рассеивающаяся в резонаторе. Коэффициент связи определяет, какая мощность больше – излученная или поглощенная в стенках резонатора. Так при  $P_{\rm BH} > P_0$ ,  $\beta > 1$ , такой режим называется режимом пересвязи резонатора, а при  $P_{\rm BH} < P_0$ ,  $\beta < 1$ , наблюдается режим, который называется режимом недосвязи резонатора. Коэффициент стоячей волны  $\rho$ , измеренный для нагруженного резонатора, численно равен коэффициенту связи  $\beta$  при режиме пересвязи резонатора, и равен обратной величине при режиме недосвязи [1, стр. 187]:

$$\beta = \begin{cases} \rho - \text{пересвязь} \\ 1/\rho - \text{недосвязь} \end{cases}$$
(3)

Другой характеристикой резонатора является добротность — параметр колебательной системы, определяющий ширину резонанса. Нагруженная добротность определяется следующим образом [1, стр. 300]:

$$Q_{\rm H} = \frac{f_0}{|f_1 - f_2|} \tag{4}$$

где  $f_0$  – резонансная частота,  $f_{1,2}$  – частоты, на которых мощность прошедшего сигнала уменьшается в два раза. А также имеет место связь нагруженной и собственной добротности:

$$Q_{\rm H} = \frac{Q_0}{1+\beta_1+\beta_2} \tag{5}$$

3

где  $Q_0$  –собственная добротность резонатора,  $\beta_{1,2}$  – коэффициенты связи резонатора при наличии двух элементов связи:

$$Q_0 = \omega_0 \frac{W}{P_0} \tag{6}$$

 $\omega_0$  – резонансная частота, W – запасенная мощность,  $P_0$  – мощность, рассеивающаяся в резонаторе.

#### 1.2 Теоретическая оценка собственной добротности

Для полого, состоящего из одного материала, резонатора имеет место оценка собственной добротности [2, стр. 150-151]:

$$Q_0 = \frac{1}{\delta\mu} \frac{V}{S} \tag{7}$$

где  $\delta$  – толщина скин слоя,  $\mu$  – магнитная проницаемость, V – объем резонатора, S – площадь поверхности резонатора.

#### 1.3 Теоретический расчет мод резонатора

В цилиндрических резонаторах различают основные типы колебания Hвида, имеющие продольные (вдоль продольной координаты z) составляющие только магнитного поля  $H_z$  (составляющая электрического поля  $E_z=0$ ) и колебания E-вида, имеющие продольные составляющие только  $E_z$  ( $H_z=0$ ). Для цилиндрического резонатора длины L и радиуса b, частоты собственных мод колебаний определяются как [3, стр. 20, стр. 55]:

$$f(E_{mnp}) = \frac{c}{2\pi} \sqrt[2]{\left(\frac{\vartheta_{mn}}{b}\right)^2 + \left(p\frac{\pi}{L}\right)^2}$$
(8)

$$f(H_{mnp}) = \frac{c}{2\pi} \sqrt[2]{\left(\frac{\vartheta'_{mn}}{b}\right)^2 + \left(p\frac{\pi}{L}\right)^2}$$
(9)

где c – скорость света в вакууме,  $\vartheta_{mn}$  – n-й корень функции Бесселя m-того порядка,  $\vartheta'_{mn}$  – n-й корень производной функции Бесселя m-того порядка, p – вариация поля вдоль продольной координаты, m – вариация поля вдоль азимутальной координаты, n – вариация поля вдоль .

#### 1.4 Фундаментальная теорема о нагрузке током для резонатора

Определим зависимость наведенного напряжения от пролетевшего заряда. Для этого рассмотрим точечный заряд q, пролетающий через резонатор. То есть заряд, линейный размер которого, много меньше длины волны возбуждаемой в резонаторе моды. Вследствие аддитивности электрических полей, можно рассматривать поле от СВЧ генератора и поле от токов, наведенных на резонаторе пролетающим зарядом, по отдельности.

Пусть изначально в резонаторе не было запасенной энергии. А пролетевший заряд наведет на резонаторе напряжение  $V_b$  [4, стр. 342]. Тогда энергия, запасенная в резонаторе, будет пропорциональна квадрату наведенного напряжения  $W = \alpha * V_b^2$ . Пусть  $V_e$  – напряжение от наведенных токов,

действующее на пролетающий заряд. Оно пропорционально наведенному напряжению:  $V_e = f * V_b$ . Заметим, что оно не обязательно должно находится в фазе с наведенным напряжением  $V_b$ . Пусть разность фаз между  $V_e$  и  $V_b$  равна є (Диаграмма напряжений - *Puc. 1.a*).

Пусть заряд пролетел резонатор, затем вернулся ко входу и пролетел его снова. Будем считать, что потери в резонаторе малы и напряжение, наведенное в резонаторе при первом пролете, не изменит амплитуды, но оно изменит фазу на угол θ.



Рис. 1. Диаграмма напряжений в резонаторе: а) после первого пролета заряда, b) после второго пролета

При втором пролете заряд наведет на резонаторе напряжение  $V_b(2)$  (Диаграмма напряжений – *Рис. 1.b*). И тогда суммарная энергия, запасенная в резонаторе, будет равна:

$$W = \alpha * |\mathbf{V}_{b}(1) + \mathbf{V}_{b}(2)|^{2} = 2\alpha V_{b}(1 + \cos\theta)$$
(10)

С другой стороны запасенная в резонаторе энергия равна энергии потерянной зарядом. За первый пролет заряд потерял  $\Delta U_1 = qV_e$ , а за второй:  $\Delta U_2 = qV_e + qV_b \cos\theta$ .

Тогда из уравнений  $W = \Delta U_1 + \Delta U_2$  и  $V_e = f * V_b$ :

$$2(qf - \alpha V_b) + (qcos\varepsilon - 2\alpha V_b)cos\theta - (qsin\varepsilon)cos\theta = 0$$
(11)

Так как это условие выполняется для любого  $\theta$ :

$$\sin \varepsilon = 0$$
 (12)

$$V_b = \frac{q}{2\alpha} \tag{13}$$

$$f = \frac{\alpha V_b}{q} = \frac{1}{2} \tag{14}$$

Введем параметр потерь:  $k = \frac{1}{4\alpha}$ , причем он является характеристикой моды. Тогда:

$$V_b = 2kq \tag{15}$$

$$V_e = kq \tag{16}$$

5

$$W = 2kq^2 \tag{17}$$

Теперь пусть в резонаторе изначально было напряжение  $V_g$  с фазой  $\theta_{\Pi}$ . Тогда на заряд будет действовать напряжение:  $V_a = V_g cos \theta_g - kq$ . Можно показать, что для каждой резонансной моды выполняется соотношение  $\frac{V_a^2}{\omega W} = \frac{R_a}{Q_0}$ , где  $R_a$  — шунтовое сопротивление,  $Q_0$  – добротность, W – запасенная в моде энергия. Отсюда:

$$k = \frac{1}{4\alpha} = \frac{V_a^2}{4W} = \frac{\omega}{4} * \frac{R_a}{Q_0}$$
(18)

Теперь рассмотрим сгустки не короткие по сравнению с длинной волны. Разобьем сгусток на точечные заряды. Если заряд q наводит напряжение  $V_0$ , тогда заряд dq, влетающий в момент времени  $t_0$ , наведет  $d\tilde{V} = V_0 e^{i\omega(t-t_0)} \frac{dq(t_0)}{q}$ .

Для гауссового распределения заряда:

$$dq(t_0) = I(t_0)dt_0 = \frac{q}{\sqrt[2]{2\pi\sigma_1}} * e^{-\frac{t_0^2}{2\sigma_1^2}} dt_0$$
(19)

После интегрирования по  $t_0$  получаем напряжение, наведенное на резонаторе не коротким по сравнению с длинной волны сгустком:

$$\tilde{V}(t) = V_o e^{i\omega t} e^{-\frac{\omega^2 \sigma_1^2}{2}} = 2kq e^{i\omega t} F$$
(20)

Заметим, что  $\tilde{V}(t)$  – напряжение, наводимое точечным зарядом, уменьшенное на фактор распределения.

$$F = e^{-\frac{\omega^2 \sigma_1^2}{2}} \tag{21}$$

Таким образом напряжение на резонаторе, наведенное пролетевшим через него зарядом, зависит только от количества заряда и его пространственного распределения. Следовательно, резонатор можно использовать, как детектор для пучков заряженных частиц.

#### 2 Экспериментальная часть

Оборудование: Резонатор, N5230C СВЧ Анализатор цепей серии PNA-L, Генератор испытательных импульсов U1-15, осциллограф DSOX6002A, Спектрометр MS2803A.

#### 2.1 Описание резонатора

В качестве резонатора была взята одна ячейка ускоряющей структуры [5]. Схема резонатора представлена на *Рис. 2*, а в *Таблице 1* представлены его параметры. Резонатор представляет из себя полый медных цилиндр с круговыми отверстиями, расположенными на оси цилиндра. Отверстия закрыты стальными заглушками (6). Через одну из них в резонатор подключен емкостной зонд

(антенна). Также с боковой поверхности резонатора к нему подключен второй зонд.



*Рис. 2.* Схема резонатора: 1 – первый вход, 2 – второй вход, 3, 4 – зонды, 5 – корпус резонатора, 6 – стальные заглушки.

Внутренний диаметр резонатора	83.75 мм					
(2b)						
Диаметр отверстия (2а)	25.9 мм					
Толщина отверстия (t)	6 мм					
Длинна резонатора (D)	34.99 мм					
Шунтовое сопротивление	1.78 МОм					
Удельное сопротивление меди ( $ ho_{\scriptscriptstyle M}$ )	1.78 <b>*10<sup>8</sup> Ом*</b> м					
Удельное сопротивление стали ( $ ho_{ct}$ )	72.5*10 <sup>8</sup> Ом*м					

Таблица 1. Параметры резонатора

# 2.2 Определение собственной добротности резонатора

## 2.2.1 Описание метода

Собственная добротность резонатора определяется через нагруженную добротность резонатора и коэффициенты связи его входов по соотношению (5). Для нахождения коэффициентов связи измеряются зависимости коэффициента стоячей волны от частоты поданного сигнала, для обоих входов резонатора и по ним определяются их коэффициенты связи для резонансной частоты по

соотношению (3). Нагруженная добротность резонатора определяется по соотношению (4) из амплитудно-частотных характеристик сигналов, прошедших через резонатор.

# 2.2.2 Описание установки

Схема установки представлена на рис. 3. Первый вход анализатора СВЧ цепей подключается к первому входу резонатора. Второй вход подключается ко второму входу резонатора.



*Рис. 3.* Схема установки: 1 – анализатор СВЧ цепей, 2 – резонатор, 3 –первый вход резонатора, 4 – второй вход резонатора.

# 2.2.3 Ход работы

1. СВЧ анализатор был откалиброван относительно соединительных кабелей. Калибровка была выполнена с помощью встроенных электронных нагрузок. Это необходимо, чтобы исключить влияние собственной емкости и индуктивности кабелей на результаты эксперимента.

2. В первом эксперименте на первый вход подается сигнал. Регистрируется сигнал, отраженный от резонатора на первом входе. Измеряется отношение амплитуды отраженного сигнала к амплитуде поданного сигнала. По соотношению (1) рассчитывается коэффициент стоячей волны для данного сигнала. Полученная зависимость коэффициента стоячей волны от частоты представлена на рис. 4. Минимум соответствует частоте первой резонансной моды:  $f_1 = 2.744 \ GHz$ , при этом коэффициент стоячей волны  $\rho_1 = 4.06$ .



Рис. 4. Зависимость коэффициента стоячей волны от частоты

3.Во втором эксперименте проводятся измерения аналогичные первому, но для второго входа резонатора: на него подается сигнал. Регистрируется сигнал, отраженный от резонатора на втором входе. Измеряется отношение амплитуды отраженного сигнала к амплитуде поданного сигнала. По соотношению (1) рассчитывается коэффициент стоячей волны для данного сигнала. Полученная зависимость коэффициента стоячей волны от частоты представлена на рис. 5. Минимум соответствует частоте первой резонансной моды:  $f_2 = 2.744 GHz$ , при этом коэффициент стоячей волны  $\rho_2 = 36.64$ .



Рис. 5. Зависимость коэффициента стоячей волны от частоты

4. В третьем эксперименте на первый вход подается сигнал. Регистрируется сигнал, прошедший через резонатор на втором входе. Измеряется ослабление сигнала: отношение мощности отраженного сигнала к мощности поданного сигнала, выраженное в децибелах ( $\alpha = 10 \ln \left(\frac{P_{oTP}}{P_{nag}}\right)$ ). Полученная зависимость ослабления сигнала от частоты поданного сигнала представлена на рис. 6.



Рис. 6. Зависимость ослабления сигнала от частоты

5. В четвертом эксперименте проводятся измерения аналогичные третьему, но для входов, поменянных местами: на второй вход подается сигнал. Регистрируется сигнал, прошедший через резонатор на первом входе. Измеряется ослабление сигнала: отношение мощности отраженного сигнала к мощности поданного сигнала, выраженное в децибелах (  $\alpha = 10 \ln \left(\frac{P_{orp}}{P_{nad}}\right)$ ). Полученная зависимость ослабления сигнала от частоты поданного сигнала представлена на рис. 7.



Рис. 7. Зависимость ослабления сигнала от частоты

## 2.2.4 Обработка данных

- 1. Во всех экспериментах собственная частота первой моды была одинаковой:  $f_1 = 2.744 \; GHz$
- 2. По соотношению (4) считаем нагруженную добротность резонатора  $Q_{\rm H} = 81.31$
- 3. Определяем коэффициенты связи по соотношению (3):

$$\beta_1 = 0.25, \beta_2 = 36.64$$

- 4. По соотношению (5) считаем собственную добротность системы резонатор-заглушки:  $Q_0 = 3080.8$
- 5. Для определения достоверности измерения собственной добротности сравним ее с теоретической оценкой: по соотношению (7) считая  $\mu = 1$ ,  $\delta = 1.2$  мкм,  $V = \pi b^2 D$ ,  $S = 2\pi b^2 + 2\pi b D$ , где a, b, D, t геометрические характеристики резонатора (*Puc.1.*) определяем  $Q_{\text{теор}} = 8000$  теоретическая оценка собственной добротности медного резонатора.
- 6. Заметим, что теоретическая оценка сделана для полностью медного резонатора, а измеряемый резонатор имеет стальные заглушки. Тогда для связи добротности медного резонатора и резонатора со стальными заглушками воспользуемся определением добротности (6). Из него следует, что мощность потерь в резонаторе пропорциональна его поверхностному сопротивлению. Тогда:

 $\frac{Q_{\text{теор}}}{Q_{\text{теор.1}}} \sim \frac{R_0}{R} = \frac{2 * \pi a^2 \rho_{\text{ст}} + (2 * (\pi b^2 - \pi a^2) + 2\pi b(D - t))\rho_{\text{M}}}{(2 * (\pi b^2) + 2\pi b(D - t))\rho_{\text{M}}} = 3.24$ где  $Q_{\text{теор.1}}$  – теоретическая собственная добротность системы заглушкирезонатор, R – поверхностное сопротивление резонатора,  $R_0$  – поверхностное сопротивление системы резонатор-заглушки,  $\rho_{\text{ст}}$  – удельное сопротивление стали,  $\rho_{\text{M}}$  – удельное сопротивление меди, a, b, D, t – геометрические характеристики резонатора (*Puc.1.*). Тогда:  $Q_{\text{теор.1}} = 2500$ , что достаточно близко к измеренному значению  $Q_0 = 3080.8$ .

7. По соотношению (18) определяем параметр потерь:  $k = 396 * 10^9 \frac{B}{K\pi}$ . Тогда зависимость наведенного на резонаторе напряжения от пролетевшего заряда будет иметь вид (соотношение (15)) представленный на рис. 8.



*Рис. 8. Зависимость наведенного на резонаторе напряжения от пролетевшего заряда* 

# 2.3 Спектральный анализ испытательного импульса прошедшего через резонатор

#### 2.3.1 Описание метода

Основой метода спектрального анализа полей, возникающих при подаче короткого испытательного импульса на один вход резонатора, является измерение спектра прошедшего через резонатор сигнала на другом выходе. На первый вход резонатора подается испытательный импульс и измеряется спектр сигнала на втором входе. Затем на второй вход резонатора подается испытательный импульс и измеряется спектр сигнала на первом входе.

## 2.3.2 Описание установки

На рис. 9. изображена схема установки для измерения испытательного импульса. На рис. 10. изображена схема для измерения спектра сигнала прошедшего через резонатор при его прямом включении, а на рис. 11 при обратном.



*Рис.* 9. Схема установки для измерения испытательного импульса: 1 – генератор испытательных импульсов, 2 – осциллограф.



Рис. 10. Схема для измерения спектра сигнала прошедшего через резонатор (прямое подключение): 1 – генератор испытательных импульсов, 2 – резонатор, 3 – спектрометр, 4- первый вход, 5 – второй вход.



*Рис. 11.* Схема для измерения спектра сигнала прошедшего через резонатор (обратное подключение): 1 – генератор испытательных импульсов, 2 – резонатор, 3 – спектрометр, 4- второй вход, 5 –первый вход.

# 2.3.3 Ход работы

1. На *Рис. 12* представлена форма сигнала генератора испытательных импульсов. По оси X отложено время в масштабе 1 клетка - 1 наносекунда. По оси Y отложено напряжение в масштабе 1 клетка - 200 милливольт. Длина импульса 0.7 нс.



Рис. 12. Форма сигнала генератора испытательных импульсов.

1. Измеряется спектр сигнала прошедшего через резонатор: зависимость амплитуды сигнала от частоты для прямого (установка - рис. 10) и обратного (установка - рис.11) подключения резонатора. Спектры представлены на рис. 13 и рис. 14. Затем определяются резонансные частоты для прямого и обратного подключения резонатора:

Прямое подключение: 2.72, 2.77, 2.89, 6.07, 6.46, 6.56, 6.66, 6.77, 6.90 ГГц Обратное подключение: 2.72, 2.77, 2.89, 6.07, 6.46, 6.56, 6.66, 6.77, 6.90 ГГц



Рис. 13. Прямое включение резонатора.



Рис. 14. Обратное включение резонатора.

1. По соотношениям (7) и (8) рассчитываются аналитические значения резонансных мод в диапазоне, в котором проводились измерения. Они представлены в таблице 2.

Таблица. 2. Теоретические значения мод резонатора.

Мода	<i>H</i> <sub>110</sub>	<i>E</i> <sub>010</sub>	<i>E</i> <sub>210</sub>	<i>H</i> <sub>211</sub>	<i>E</i> <sub>020</sub>	$E_{111}, H_{111}$	<i>H</i> <sub>311</sub>	<i>E</i> <sub>310</sub>
Частота,	2.1	2.74	3.48	6.23	6.29	6.77	7.05	7.27
ГГц								

Заметим, что нет точного совпадения теоретических резонансных частот с экспериментальными, что, возможно, вызвано тем, что элементы связи изменяют параметры резонатора и используемая теоретическая модель для расчета мод недостаточно точна. Также видно, что некоторые теоретически существующие моды не наблюдаются. Объяснением этому служит то, что зонд в силу своего геометрического расположения может не возбуждать некоторые моды.

# 3 Заключение. Анализ полученных значений и выводы

- 1. Полученное значение собственной добротности резонатора  $Q_0 = 3080$  близко к ее теоретической оценке.
- 2. Измерен отклик резонатора на короткий импульс тока в 0.7 нс, который имитирует пучок, заряженных частиц той же длинны. Полученные спектрограммы расходятся с теоретическими расчетами, что связанно с влиянием зондов на параметры резонатора. Точное определение этого влияния будет определено при дальнейшем исследовании.

# Список литературы

1. Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ. / Под ред. академика Н. Д. Девяткова. Учебник для студентов вузов по специальности «Электронные приборы», «Высш. школа», М., 1970, стр. 404.

2. Шехтман И.А., Теория электромагнитного поля: учеб. пособие, ИЯФ-НГТУ, 1998, 151с.

3. Левичев А. Е., Павлов В. М., Линейные СВЧ ускорители: учеб. пособие / Ч. І. Электродинамика ускоряющих структур на основе круглого диафрагмированного волновода, Новосиб. гос. ун-т. - РИЦ НГУ, Новосибирск, 2015, 96 с.

4. Wangler T., Principles of RF Linear Accelerators. New York: John Wiley & Sons, 1998. pp. 296–298.

5. Avilov M.S., Akimov V.E., Aleksandrov A.V., et al, Test of accelerating section for VEPP-5 pre-injector, preprint, 2000-50, BINP, Novosibirsk, 2000, p.27