

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ».

Физический факультет

Кафедра общей физики

Четвериков Артем Олегович

КУРСОВАЯ РАБОТА

**Изучение структуры электромагнитной волны  
запредельного типа в волноводе прямоугольного сечения**

Электромагнитный практикум, 2 курс, группа №19306

**Научный руководитель:**

к.т.н., Ю.Д. Черноусов

Оценка научного руководителя

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Преподаватель практикума**

д.ф.-м.н., О.Е. Терещенко

Оценка преподавателя практикума

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Куратор практикума:**

к.т.н. В.Т. Астрелин

Итоговая оценка

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Новосибирск 2020

# **Изучение структуры электромагнитной волны запредельного типа в волноводе прямоугольного сечения**

## **Аннотация**

Целью работы являлось качественное и количественное изучение электромагнитных волн, распространяющихся в прямоугольном волноводе на частотах ниже, так называемой, частоты отсечки. Для этого была собрана установка, содержащая анализатор цепей в сантиметровом диапазоне длин волн и измерительная линия с датчиком электрического поля. В эксперименте в волновод подводилась мощность и с помощью датчика электрического поля снимались значения пропорциональные напряжённости поля в точке измерения и после рассчитывалась амплитуда волны. Магнитная компонента волны изучалась с помощью отдельного индукционного зонда. Была изучена поляризация компонент волны запредельного типа. С помощью специального программного комплекса изучаемое поле было визуализировано. Численные значения были сопоставлены с рассчитанными по аналитическим формулам. Также была разработана методика проведения измерений, обеспечивающая необходимую для дальнейшей оценки погрешности точность. Полученные результаты хорошо согласуются с известной теорией.

Ключевые слова: волны запредельного типа, прямоугольный волновод, СВЧ, структура электромагнитных волн.

## Оглавление

1. Введение .....	4
2. Теоретическая часть .....	5
2.1 Электромагнитные волны в пространстве ограниченном проводниками ...	5
2.2 ТЕ и ТМ волны .....	6
2.3 Волны запердельного типа и частота отсечки .....	7
3. Экспериментальная часть .....	9
3.1 Описание установки и методики измерения .....	9
3.2 Результаты измерений электрической компоненты .....	11
3.3 Результаты измерений магнитной компоненты .....	12
4. Обработка результатов и выводы .....	12
5 Список Литературы .....	16

## 1. Введение

Сверхвысокочастотным (СВЧ) излучением называют электромагнитные колебания на частотах от 300 МГц до 300 ГГц, что соответствует диапазону длин волн 1 м – 1 мм, то есть сопоставимо с размерами окружающих нас тел. Именно этот диапазон получил широкое распространение в различных областях техники. Так, помимо широко известных магнетронов в СВЧ печах и радиолокационных станций, востребованных военными и гражданскими службами, СВЧ используется в научных исследованиях и приборах: радиоспектроскопия, элементы ускорительной техники, СВЧ-сепараторы и СВЧ-разрядные камеры [1].

Этот диапазон имеет высокую информационную ёмкость, то есть в нём имеется возможность разместить множество независимых каналов связи, например, свободный от лицензирования диапазон 2,4-2,4835 ГГц, который используют Bluetooth и Wi-Fi. В том числе они беспрепятственно проходят сквозь атмосферу, в частности ионосферу, что позволяет использовать их для связи со спутниками. Всё ещё актуальна проблема беспроводной передачи энергии для питания электрических устройств, одним из способов решения которой являются приборы передающие СВЧ излучение [2].

СВЧ техника — это область техники, в которой разрабатываются и изучаются структуры, передающие или преобразующие сигнал в этом диапазоне длин волн. Основными элементами являются металлические волноводы различных сечений и резонаторы. Они могут заполняться диэлектриками или же вакуумироваться. СВЧ техника тесно связана с другими областями науки и техники, продолжает развиваться и применяться для решения различных задач.

Важное значение при проектировании СВЧ устройств имеет величина поверхностного сопротивления используемых материалов. В последнее время делаются попытки использования графена для придания материалам (проводящим – металлам и не проводящим – диэлектрикам) особых свойств.

Поверхностную проводимость металла с нанесенным графеном можно определить путем измерения добротности резонансных элементов, установленных в запердельном волноводе. Для решения этой задачи важно понимание структуры электромагнитных волн в запердельном волноводе и, в частности, условия возникновения резонанса на этих частотах. Данная работа посвящена изучению структуры волны в прямоугольном запердельном волноводе – структуры волны «запердельного» типа.

## 2. Теоретическая часть

Теория электромагнитных волн в классической электродинамике опирается на систему уравнений Максвелла. Сами волны в свободном пространстве являются поперечными колебаниями и представляют из себя распространяющиеся в пространстве возмущения электромагнитного поля. В свободном пространстве от источника возбуждения электромагнитные волны распространяются во всех направлениях со скоростью света в этой среде.

### 2.1 Электромагнитные волны в пространстве ограниченном проводниками

Рассмотрим гармонические поля, то есть описываемые видом (2.1.1), где  $\omega$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{макс}} e^{i\omega t} \text{ и } \mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{макс}} e^{i\omega t}, \quad (2.1.1)$$

циклическая частота. Также запишем систему уравнений Максвелла в пространстве ограниченном проводниками, без свободных зарядов (2.1.2).

$$\begin{cases} \text{rot}(\mathbf{H}) = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}; & \text{div}(\mathbf{B}) = 0 \\ \text{rot}(\mathbf{E}) = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}; & \text{div}(\mathbf{D}) = 0 \end{cases} \quad (2.1.2)$$

С учётом дифференциального закона Ома и определений векторов  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{B}$  они переписются в (2.1.3), где  $\varepsilon$  абсолютная комплексная диэлектрическая

$$\begin{cases} \text{rot}(\mathbf{H}) = i\omega\varepsilon\mathbf{E} + \sigma\mathbf{E}; & \text{div}(\mathbf{H}) = 0 \\ \text{rot}(\mathbf{E}) = -i\omega\mu\mathbf{H}; & \text{div}(\mathbf{E}) = 0 \end{cases} \quad (2.1.3)$$

проницаемость среды, а  $\mu$  абсолютная комплексная проницаемость, в общем случае являющиеся тензорными величинами. В линейном приближении

обозначим  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon}$ . Это позволит записать (2.1.3) в симметричной форме, в которой легко угадывается волновое уравнение Гельмгольца, которое решается разделением переменных [3, §2.2] для компонент волн получим (2.1.4), где  $a$

$$\begin{cases} \mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{макс}}(x, y) e^{-az} e^{i(\omega t - k_z z)} \\ \mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{макс}}(x, y) e^{-az} e^{i(\omega t - k_z z)} \end{cases} \quad (2.1.4)$$

Характеризует потери в диэлектрике, а  $k_z$  продольное волновое число. Можно обозначить  $\gamma = a + ik_z$  комплексное число, называемое коэффициентом распространения.

## 2.2 ТЕ и ТМ волны

Определим фазовую скорость распространения волны. Для этого зафиксируем некоторое значение фазы из соотношения (2.1.4) и дифференцируя

$$\omega t - k_z z = \text{const}, \quad (2.2.1)$$

$$v_{\phi} = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k_z}, \quad (2.2.2)$$

его по времени получим (2.2.2), что верно для гармонических волн. Откуда пользуясь определением длины волны как расстояния между двумя фазовыми фронтами, например максимумами, определим соотношение (2.2.3), где  $\lambda_{\text{в}}$  длина

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{2\pi}{k_z} \quad \text{и} \quad k_z = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{в}}}, \quad (2.2.3)$$

волны в волноводе.

Введём так же обозначение  $k_{\text{кр}}$  через соотношение  $k_{\text{кр}}^2 = k_x^2 + k_y^2$ , где  $k_x$ ,  $k_y$  поперечные волновые числа. Имея в виду, что  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  это компоненты волнового вектора  $\mathbf{k}$  и подставляя их выражения через длины волн получим (2.2.4) и отсюда выразим длину волны в волноводе (2.2.5) и фазовую скорость

$$\left( \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\tilde{\varepsilon} \mu} \right)^2 - \left( \frac{2\pi}{\lambda_{\text{в}}} \right)^2 = \left( \frac{2\pi}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2, \quad (2.2.4)$$

$$\lambda_B = \frac{\lambda}{\sqrt{\tilde{\epsilon}\mu - (\lambda/\lambda_{кр})^2}}, \quad (2.2.5)$$

$$v_\phi = \frac{c}{\sqrt{\tilde{\epsilon}\mu - (\lambda/\lambda_{кр})^2}}, \quad (2.2.6)$$

Скорость (2.2.6). Как видно из последнего выражения, фазовая скорость в ограниченном пространстве отличается от скорости света и всегда её превосходит. Этот результат не противоречит теории относительности, так как это скорость ни есть скорость распространения чего-то материального или сигнала. Вообще зависимость фазовой скорости от частоты называют дисперсией, а системы, в которых это наблюдается – дисперсными.

Выражая компоненты электрического и магнитного полей через компоненты ротора из уравнений (2.1.3) и подставляя в соотношения (2.1.4), используя ранее введённые обозначения можно получить выражения для компонент поля в волноводе (2.2.7).

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( i\omega\tilde{\epsilon} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \gamma \frac{\partial H_z}{\partial x} \right), \\ H_y &= -\frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( i\omega\tilde{\epsilon} \frac{\partial E_z}{\partial x} + \gamma \frac{\partial H_z}{\partial y} \right), \\ E_x &= -\frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} + \gamma \frac{\partial E_z}{\partial x} \right), \\ E_y &= \frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x} - \gamma \frac{\partial E_z}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

Если у падающей волны нет продольных компонент, то такая волна называется ТЕМ. Если отсутствуют продольные компоненты либо электрического, либо магнитного полей, то такие волны называют ТЕ и ТМ соответственно. Как видно из последних соотношений они имеют куда более сложную структуру.

### 2.3 Волны запердельного типа и частота отсечки

Раннее введённое обозначение  $k_{кр}$  и связанное с ним  $\lambda_{кр}$  имеет определённый смысл. Как можно видеть из соотношения (2.2.5) при  $\lambda > \lambda_{кр}$  длина волны в волноводе становится чисто мнимой величиной, и по (2.2.3) продольное волновое число тоже. Это означает, что коэффициент распространения  $\gamma$  становится вещественным числом и по формулам (2.1.4) получается, что становится невозможным гармоническое распространение вдоль волновода, даже при отсутствии потерь в диэлектрике ( $a = 0$ ), и амплитуда поля экспоненциально спадает с удалением от источника возбуждения. Также не должно происходить изменения фазы.

Чтобы определить, от чего зависит предельно возможная длина волны, нужно рассмотреть конкретную геометрию волновода. Например, регулярную линию прямоугольного сечения.

В декартовой системе координат, направляя ось  $z$  вдоль волновода, за  $x$  беря большую сторону сечения, из уравнений (2.2.7) не сложно получить для волны типа ТЕ [3, §3.5] с учётом граничных условий – равенство нулю тангенциальной составляющей электрического поля на стенках – и пренебрегая потерями, выражения вида (2.3.1), где  $m$  и  $n$  произвольные целые числа, введённые из соотношения  $k^2 = k_z^2 + \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2$ ,  $a, b$  – размеры сечения волновода, а  $D$

$$\begin{aligned}
 E_x &= D\omega \frac{\pi n}{b} \cos\left(\frac{\pi m}{a}x\right) \sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right), \\
 E_y &= -D\omega \frac{\pi m}{a} \sin\left(\frac{\pi m}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi n}{b}y\right), \\
 H_x &= D \frac{\beta}{\mu} \frac{\pi m}{a} \sin\left(\frac{\pi m}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi n}{b}y\right), \\
 H_y &= D \frac{\beta}{\mu} \frac{\pi n}{b} \cos\left(\frac{\pi m}{a}x\right) \sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right), \\
 H_z &= -iD \frac{\pi^2}{\mu} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \cos\left(\frac{\pi m}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi n}{b}y\right), \quad (2.3.1)
 \end{aligned}$$

множитель одинаковый для всех компонент поля. Всё это означает, что в волноводе прямоугольного сечения могут независимо существовать бесконечное число волн типа ТЕ, они обозначаются индексами  $TE_{mn}$  или  $H_{mn}$ , при чём видно, что индексы не обращаются в ноль одновременно, иначе все компоненты поля равны нулю, и простейшими волнами являются  $H_{01}$  и  $H_{10}$ .

Используя связь волнового числа с длиной волны, получим выражение для критической длины волны в вакууме (2.3.2). Как видно, для каждого  $m$  и  $n$  волны

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m^2}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{n^2}{b^2}\right)^2}}, \quad (2.3.2)$$

типа ТЕ существует своя критическая длина волны, и наибольшая возможная соответствует  $H_{01}$  и  $H_{10}$  волнам, в зависимости от того, больше  $a$  или  $b$ , и равная  $2a$  или  $2b$  соответственно. Частота отсечки таким образом определяется из (2.3.3)

$$f_{\text{кр}} = \frac{c}{2a}, \quad (2.3.3)$$

### 3. Экспериментальная часть

#### 3.1 Описание установки и методики измерения

Основными элементами установки являются анализатор цепей PNA-L Network analyzer N5231A и измерительная линия P1-7 [4, стр. 107-109]. Её схема представлена на Рис.1. Сигнал, генерируемый анализатором (1) подаётся на

входной порт (4) по коаксиальным кабелям, заземлённая внешняя жила которого уменьшает влияние наводок, (2) и после распространяется в волноводном тракте (3) измерительной линии длиной 34 см. На другом её конце установлена

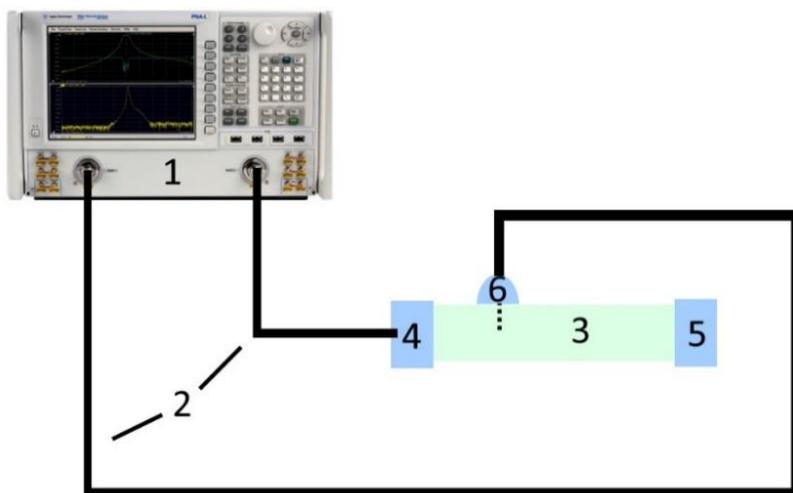


Рис. 1. 1 – анализатор цепей, 2 – коаксиальные кабеля, 3 – волноводный тракт, 4 – входной порт, 5 – поглощающая нагрузка, 6 – датчик измерительной линии.

поглощающая нагрузка (5) специальной конфигурации, что позволяет практически исключить возможность интерференции падающей и отражённой волн, путём недопущения образования последней. Детекторная головка датчика (6) выполнена в виде бикоаксильной линии, и погружается в волноводный тракт не более чем на 4 мм. Из конструкции датчика убран выпрямляющий диод, чтобы подавать переменный сигнал на анализатор.

Волновод имеет прямоугольное сечение с размерами  $72 \times 34$  мм. Из соотношения (2.3.3) определили, что для данной установки критической частотой является 2,083 ГГц. Измерения проводились на частотах ниже критической и близко к ней, путём измерения в несколько проходов значения напряжённости поля в фиксированных точках волновода и фиксации их расстояния от входного порта.



Поляризация магнитного поля в волноводе измерялась с помощью индукционного датчика, изображённого на Рис.2, вводимого в отверстие в волноводном тракте, и представляющего собой металлическую петлю. Так как поле переменное во времени, поток, проходящий через площадь, ограниченную петлёй, изменяется, что по закону Фарадея приводит к возникновению переменной ЭДС и тока, который по коаксиалу подавался на анализатор цепей.

В лабораторном помещении относительная влажность воздуха во время измерений была около 60% и температура воздуха близкая к  $23\text{ }^{\circ}\text{C}$ . В течение выполнения одного измерительного прохода установка не подвергалась механическому воздействию, за исключением передвижения каретки измерительной линии. Выполнение нескольких проходов с последующим усреднением обусловлено наличием небольшой нестабильности измеряемых значений во времени.

### 3.2 Результаты измерений электрической компоненты

На графике Рис.3 приведены усреднённые значения зависимости напряжённости электрического поля в точках измерений в логарифмическом масштабе от расстояния для трёх частот: 2 ГГц, 1,9 ГГц и 1,8 ГГц. На графике Рис.4 показаны результаты измерения зависимости фазы электрической компоненты волны от удалённости от входного порта на частоте 2,003 ГГц для установки с Рис.1, и когда на конце волноводного тракта вместо поглощающей нагрузки медная пластина, выполняющая роль «закоротки».

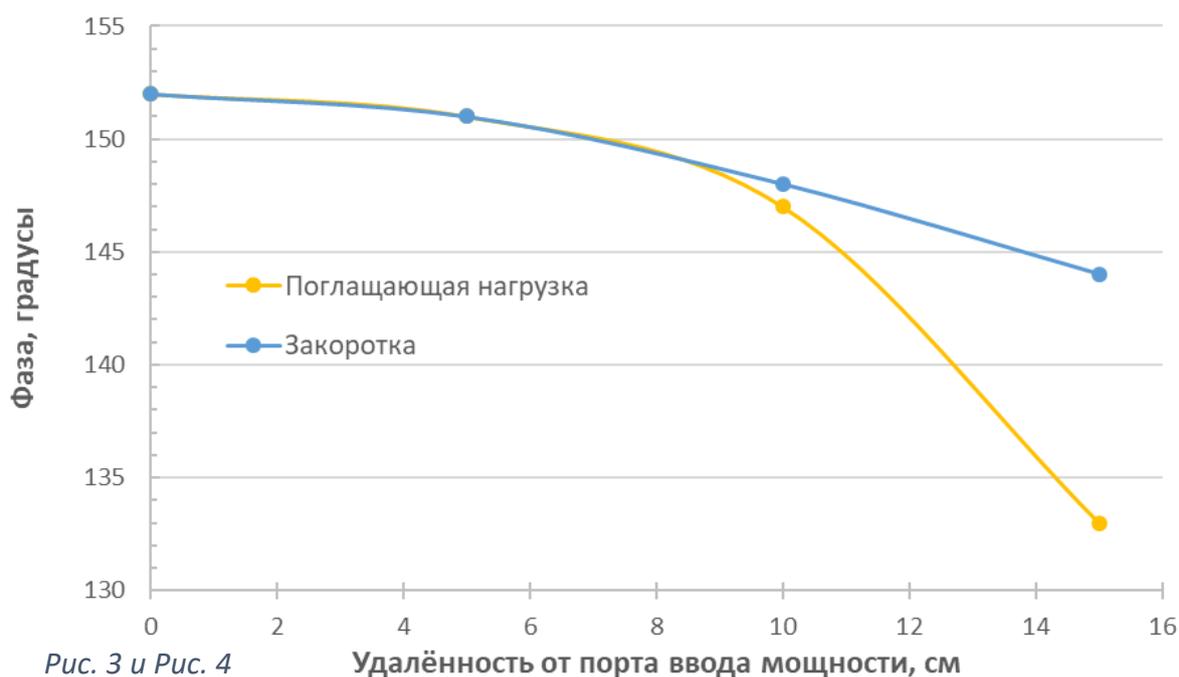
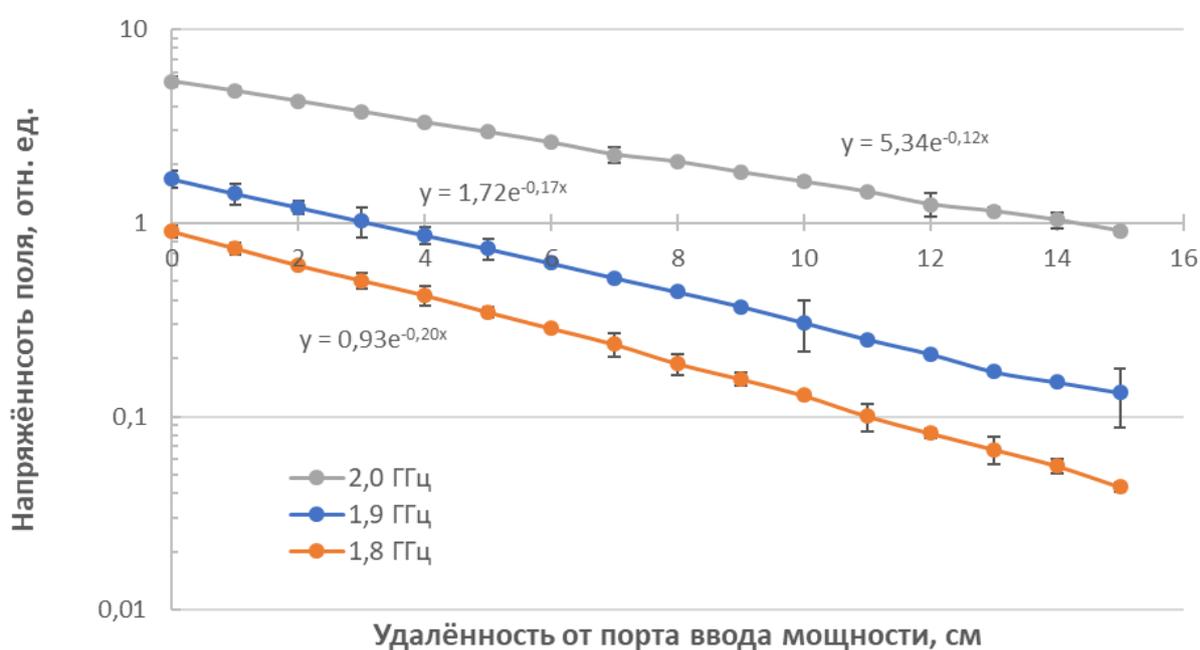


Рис. 3 и Рис. 4

Удалённость от порта ввода мощности, см

### 3.3 Результаты измерений магнитной компоненты

Значения, пропорциональные напряжённости магнитного поля на частоте 2 ГГц от угла между плоскостью петли и плоскости OXZ волновода у стенки приведены в Табл.1.

$\varphi$ , градусы	$0^\circ$	$\sim 30$	$\sim 60$	$\sim 90$
$A$ , мВ	0,035	0,9	2,8	3,4

Табл.1

### 4. Обработка результатов и выводы

Значения напряжённости электрического поля с нескольких проходов измерений были усреднены и найдена величина погрешности прямых измерений. Приборная погрешность крайне мала в данном случае и доминирует случайная погрешность, поэтому было определено СКО выборки и выбрана доверительная вероятность 95%.

После, считая, что полученные данные описываются зависимостью вида (4.1) от полученных средних значений был взят натуральный логарифм, и воспользовавшись методом наименьших квадратов была построена аппроксимирующая прямая, коэффициент наклона которой есть показатель экспоненты. Что в соответствии с формулой (2.1.4) и чисто мнимым характером коэффициента распространения является волновым числом падающей волны, так как мы считаем джоулевые потери в линии пренебрежимо малыми. Подставив в (2.2.3) длину волны в волноводе (2.2.5) было сопоставлено его аналитическое значение с тем, которое получилось, когда для экспериментальных данных по соотношению (4.2) был определён параметр  $a$ . Полученные для различных частот значения представлены в Табл.2.

<i>Частота, ГГц</i>	<i>Волновое число</i>	<i>Экспериментальный показатель экспоненты</i>	<i>Разница, %</i>
1,8	0,220	0,201	8,6
1,9	0,179	0,174	2,8
2,0	0,122	0,119	2,6

Табл.2

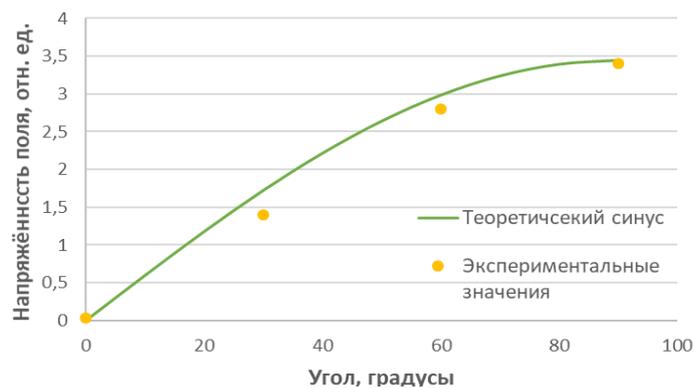
$$y = A * e^{-ax}, \quad (4.1)$$

$$\ln(y) = \ln(A) - ax, \quad (4.2)$$

Из этого видно, что полученные значения хорошо количественно согласуются с теорией. Рост разницы при удалении от частоты отсечки можно объяснить сильным снижением значения напряжённости поля и как следствие точности полученных данных.

Как было сказано ранее, у волн запредельного типа фаза не должна изменяться. Однако в результате измерений, как видно из Рис.3, было зафиксировано её заметное изменение, что, однако качественно отличимо от волн распространяющихся в полосе прозрачности. И это было проверено, отступив по частоте чуть вправо от частоты отсечки (на 2,1 ГГц) наблюдалось линейное изменение фазы на  $2\pi$  на отрезке, соответствующем длине волны 14,3 см. Следовательно полученный результат можно предположительно объяснить либо тем, что с расстоянием амплитуда спадает и фазовому датчику прибора сложно извлекать фазу из слабого сигнала, либо интерференцией падающей и отражённой от другого конца волн. С целью проверки последнего поглощающая нагрузка была заменена на отражающую и снова измерена зависимость фазы от координаты. В любом случае наблюдаемое отклонение не значительно и определённо связано с не идеальностью измерительной установки.

Значения из Табл.2 хорошо совпадают с синусоидальной зависимостью Рис.5, которая следует из закона Фарадея для электромагнитной индукции, то есть скалярного произведения потока  $\mathbf{B}$  на площадь  $\mathbf{S}$ , но с *Рис.5*



учётом того, что на графике приведён угол сдвинутый на  $\pi/2$  относительно вектора внешней нормали к  $\mathbf{S}$ .

Аналитическое описание линий электрического и магнитного полей можно получить из соотношения (4.3), известное из дифференциальной геометрии, куда

$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}, \quad (4.3)$$

следует подставить формулы (2.3.1) для  $H_{10}$  волны.

Экспериментальная проверка линий полей в волноводе затруднена тем, что отверстия для зондов нельзя делать в произвольных местах, а только там, где не будут нарушены поверхностные токи [1]. Их визуализация на основе аналитических формул приведена на Рис.6 и Рис.7.

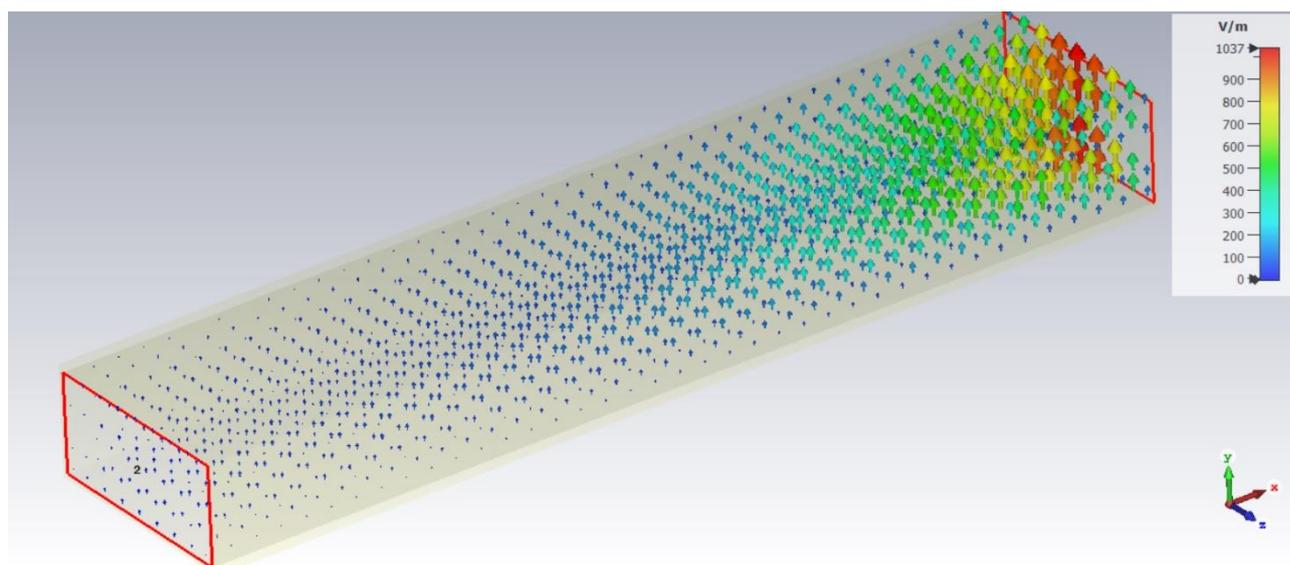


Рис.6 Электрическое поле, 2ГГц

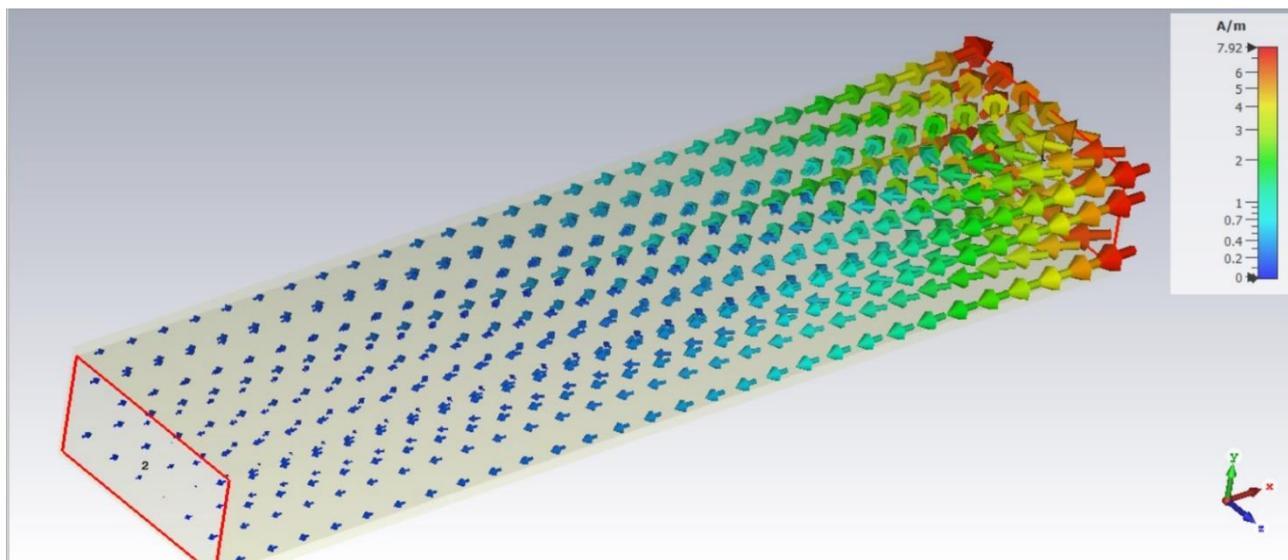


Рис.7 Магнитное поле, 2ГГц

Результаты курсовой работы «Изучение структуры электромагнитной волны запердельного типа в волноводе прямоугольного сечения» следующие:

- На основании уравнений Максвелла изучена структура электромагнитных волн, распространяющихся в свободном пространстве и пространстве, ограниченном проводниками - прямоугольном волноводе;
- Показано отличие характера волн выше и ниже частоты отсечки. Расчётами описана структура волны в запердельном прямоугольном волноводе – волна запердельного типа;
- Создана экспериментальная установка для изучения структуры электромагнитных полей в прямоугольном волноводе;
- Освоены измерительные приборы PNA-L Network analyzer N5230A и измерительная линия P1-7;
- Освоен специальный программный комплекс, с помощью которого структура полей была визуализирована;
- Проведены экспериментальные исследования структуры электрической и магнитной компоненты электромагнитного поля волны в прямоугольном волноводе выше и ниже частоты отсечки;

- Показано, что полученные экспериментальные данные согласуются с теорией. Оценена погрешность численных результатов. С физической точки зрения объяснены возникшие неточности.

## 5 Список Литературы

1. О.С. Милованов, Н.С. Собенин. Под редакцией В.Н. Безрукова. Техника сверхвысоких частот. (М.: издательство «Атомиздат», 1980, 464 с.)
2. Andre Kurs, Aristeidis Karalis, Robert Moffatt, J. D. Joannopoulos, Peter Fisher, Marin Soljacic. Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances// Science, 06 Jul 2007, pp. 83-86.
3. И.В. Лебедев. Под редакцией Н.Д. Девяткова. Техника и приборы СВЧ. (М.: издательство «Высшая школа», 1970, 440 с.)
4. К.Д. Осипов, В.В. Пасынков. Под редакцией Г.А. Ремеза. Справочник по радиоизмерительным приборам. Часть 5 (дополнительная). (М.: Издательство «Советское радио», 1964, 398 с.)