

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ».

Физический факультет

Кафедра общей физики

Трошкина Тамара Алексеевна

КУРСОВАЯ РАБОТА

**Исследование структуры стоячей электромагнитной
волны в прямоугольном волноводе**

Электромагнитный практикум, 2 курс, группа №19310

Научный руководитель:

к.т.н. Черноусов Ю.Д.

Оценка научного руководителя

«_____» _____ 20__ г.

Преподаватель практикума:

М.С. Руменских

Оценка преподавателя практикума

«_____» _____ 20__ г.

Куратор практикума:

к.т.н. В.Т. Астрелин

Итоговая оценка

«_____» _____ 20__ г.

Новосибирск, 2020 г.

Аннотация

Целью работы являлось исследование структуры стоячей электромагнитной волны моды H_{10} в волноводе прямоугольного сечения. Главная задача заключалась в установлении наличия или отсутствия определённых компонент электрического и магнитного полей. В соответствии с уравнениями Максвелла и граничными условиями мода H_{10} характеризуется наличием поперечной компоненты электрического поля \vec{E}_y и отсутствием компонент \vec{E}_x и \vec{E}_z , а для магнитного поля — наличием поперечной \vec{H}_x и продольной \vec{H}_z компонент магнитного поля и отсутствием компоненты \vec{H}_y . Полученные результаты были сопоставлены с теоретическим описанием полей, уравнениями Максвелла и граничными условиями. Для проведения измерений использовался СВЧ-анализатор цепей Agilent, измерительная линия P1-7 и датчики электрического и магнитного полей. Структура полей в прямоугольном волноводе изучалась по картине стоячей волны, амплитуда которой регистрировалась с помощью передвижного зонда, отправляющего сигнал на СВЧ-анализатор. Было установлено, что магнитное поле поляризовано в плоскости широкой стенки и максимум суммарной амплитуды смещён на четверть длины волны $\left(\frac{\lambda_B}{4}\right)$ относительно электрической компоненты. Электрическое поле представляет собой поперечные волны с нулевой продольной компонентой. Полученные в ходе измерений зависимости $\vec{E}_y(z)$ и $\vec{H}_x(z)$ хорошо согласуются с теоретической моделью.

Ключевые слова: мода H_{10} , стоячая электромагнитная волна, волновод прямоугольного сечения.

Оглавление

Введение.....	3
Теоретическая часть.....	3
1. Сложение волн, образование стоячей волны	3
2. Электрическая и магнитная компоненты	5
Описание установки.....	7
Практическая часть	8
1. Изучение стоячей волны и её характеристик.....	8
2. Изучение электрической и магнитной компонент поля	10
3. Сопоставление полученных результатов с теорией	12
Заключение	14
Благодарность	15
Список использованной литературы.....	15

Введение

В прямоугольном волноводе могут распространяться волны электрических (E_{mn}) и магнитных (H_{mn}) типов. Индексы m и n , определяющие тип волны, могут принимать любые значения, кроме $m = 0$, $n = 0$ одновременно для обоих типов волн. Электромагнитные волны при падении на проводящую поверхность возбуждают в ней токи, которые в свою очередь порождают вторичные электромагнитные волны.

Удобно описывать волны, изучая отдельно их составляющие: H -волны — поперечные электрические (или TE^1 -волны), у которых продольная компонента электрического поля равна нулю, и E -волны — поперечные магнитные (или TM^2 -волны) с нулевой продольной компонентой магнитного поля.

Все структурные образования волн в волноводах называются модами. Основная (низшая) мода (обозначается H_{10}) соответствует иерархически низшему структурному образованию, ниже которого по частоте существование стоячей волны невозможно. Это следует из обратной зависимости длины волны от частоты: $\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f}$ — чем ниже частота, тем длиннее волна. В связи с ограниченностью ширины волновода, существует критическая частота, выше которой распространение волны в волноводе возможно, а ниже — нет.

Целью данной работы является исследование структуры стоячей электромагнитной волны моды H_{10} в волноводе прямоугольного сечения.

Теоретическая часть

1. Сложение волн, образование стоячей волны

Направим ось z вдоль длинной стороны волновода. Пусть генератор расположен в начале линии ($z = 0$) и излучает волну с амплитудой A в

¹ от англ. «*transverse electric*» — поперечные электрические

² от англ. «*transverse magnetic*» — поперечные магнитные

направлении $z > 0$. На расстоянии $z_0 > 0$ от генератора в волноводе расположена нагрузка с комплексным коэффициентом отражения $\Gamma = |\Gamma|e^{j\varphi}$, где $|\Gamma|$ — модуль и φ — фаза коэффициента отражения нагрузки. Между генератором и нагрузкой распространяются две встречные волны, так что в точке z ($z_0 > z > 0$) есть падающая³ волна, $A_{inc} = Ae^{j(\omega t - kz)}$, и отраженная⁴, $A_{ref} = A\Gamma e^{j(\omega t - k(2z_0 - z))}$, где $k = 2\pi/\lambda_B$ — продольное волновое число, λ_B — длина волны в волноводе.

При интерференции встречных волн в линии формируется суммарная волна, которая называется «стоячая волна». Суммарная волна:

$$A_{\Sigma} = A_{inc} + A_{ref} = Ae^{j(\omega t - kz)}(1 + |\Gamma|e^{j(\varphi + 2k(z - z_0))})$$

В этой формуле координата $z \geq 0$ отсчитывается от

геометрического места расположения генератора. Однако отсчёт можно вести непосредственно от нагрузки, путем замены переменной $z = z' + z_0$. Тогда огибающая функции A_{Σ} , выражающая зависимость максимальной амплитуды суммарной волны от координаты z и нормированная на падающую волну $Ae^{j(\omega t - kz)}$, приобретает наиболее простой вид:

$$A_{\Omega}(z') = |1 + |\Gamma|e^{j(\varphi + 2kz')}|, \Gamma(z') = |\Gamma|e^{j(\varphi + 2kz')}$$

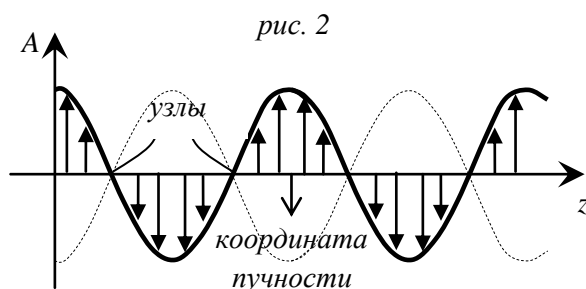


рис. 1. Прямоугольный волновод

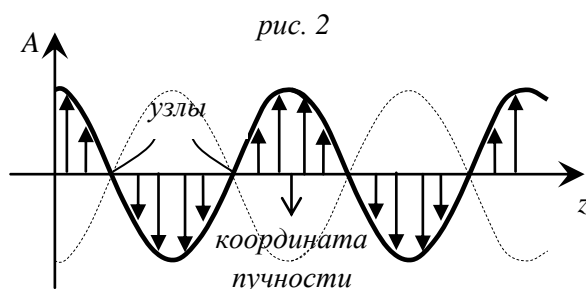


рис. 2

Функция $A_{\Omega}(z')$ имеет название «напряжение стоячей волны». В точках, определяемых соотношением фазы $\varphi + 2kz' = \pi n$, где $n = 0, 1, \dots$,

³ *incident wave* — падающая волна

⁴ *reflected wave* — отражённая волна

коэффициент отражения $\Gamma(z_n) = \pm|\Gamma|$ — действительное число, и напряжение стоячей волны принимает максимальное или минимальное значение, $A_\Omega(z') = (1 \pm |\Gamma|)$. Отношение

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

называют коэффициентом стоячей волны напряжения. Отметим, что положение минимума или максимума стоячей волны в линии не обязательно совпадает с положением нагрузки. Положение плоскости эквивалентного представления, в которой рассматривается коэффициент отражения Γ , обычно выбирают так, чтобы Γ был действительным отрицательным числом, т.е. $\Gamma(z) = -|\Gamma|$. Если нагрузка — закорачивающая волновод пластина, тогда $\varphi = \pi$, $\Gamma(0) = -1$ и напряжение стоячей волны имеет наиболее простой вид:

$$A_\Omega(z') = |1 - e^{2jkz'}|.$$

2. Электрическая и магнитная компонента электромагнитной волны

Структуру электрического и магнитного поля описывает система уравнений Максвелла. Запишем её (в системе СГС) с учётом того, что волновод — это пространство, ограниченное проводящей поверхностью и не имеющее свободных зарядов, т.е. $\rho = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{D} = 4\pi\rho \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{E} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{H} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi\sigma}{c} \vec{E} + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array} \right.$$

При переходе было учтено, что $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ (согласно закону Ома в дифференциальном виде) и $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \vec{H}$ (по определению).

Дифференцируя по времени выведенные ранее соотношения, получим:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\omega E_{max} \sin(\omega t) \cos(kz), \quad \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\omega H_{max} \sin(\omega t) \cos(kz)$$

Тогда:

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{E} &= \frac{\mu\omega}{c} H_{max} \sin(\omega t) \cos(kz) \\ \text{rot} \vec{H} &= \frac{4\pi\sigma}{c} \vec{E} - \frac{\varepsilon\omega}{c} E_{max} \sin(\omega t) \cos(kz) \end{aligned}$$

Мгновенные значения составляющих векторов поля бегущей волны низшей моды, распространяющейся в положительном направлении оси z , записываются в виде:

$$\begin{aligned} H_z(x, y, z, t) &= H_{0z} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos(\omega t - kz) & (\star) \\ H_x(x, y, z, t) &= -H_{0z} \frac{2a}{\lambda_B^{10}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin(\omega t - kz) \\ E_y(x, y, z, t) &= H_{0z} Z_H^{10} \frac{2a}{\lambda_B^{10}} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin(\omega t - kz) \\ H_y &= E_x = E_z = 0 \end{aligned}$$

где H_{0z} – максимальная амплитуда составляющей H_z , зависящая от мощности источника поля, λ_g^{10} – длина волны в волноводе и Z_H^{10} – характеристическое сопротивление волновода.

Описание установки



Изучение параметров стоячей электромагнитной волны производилось с помощью анализатора цепей (НА) Agilent N5230A [5], соединённого коаксиальными кабелями с измерительной линией (ИЛ) P1-7 [3], представляющей собой прямоугольный волновод — металлическую трубу прямоугольного сечения 72×34 мм.

рис.3: общий вид установки

ИЛ нагружалась на согласованный коаксиально-волноводный переход. В продольную щель (обоснованность которой будет доказана далее) устанавливался передвижной штырь, входящий в устройство измерительного зонда – для определения амплитуды стоячей волны. Один из отсеков волновода имел отверстия, в которые погружались датчики:

- для обнаружения электрического поля: штырь (рис. 4), на котором наводится ЭДС, пропорциональная напряженности электрического поля в месте нахождения датчика;
- для обнаружения магнитного поля: петля (рис. 5), в которой наводится ток, пропорциональный составляющей вектора напряженности магнитного поля, перпендикулярной плоскости петли.



рис. 4: датчик электрического поля



рис. 5: датчик магнитного поля

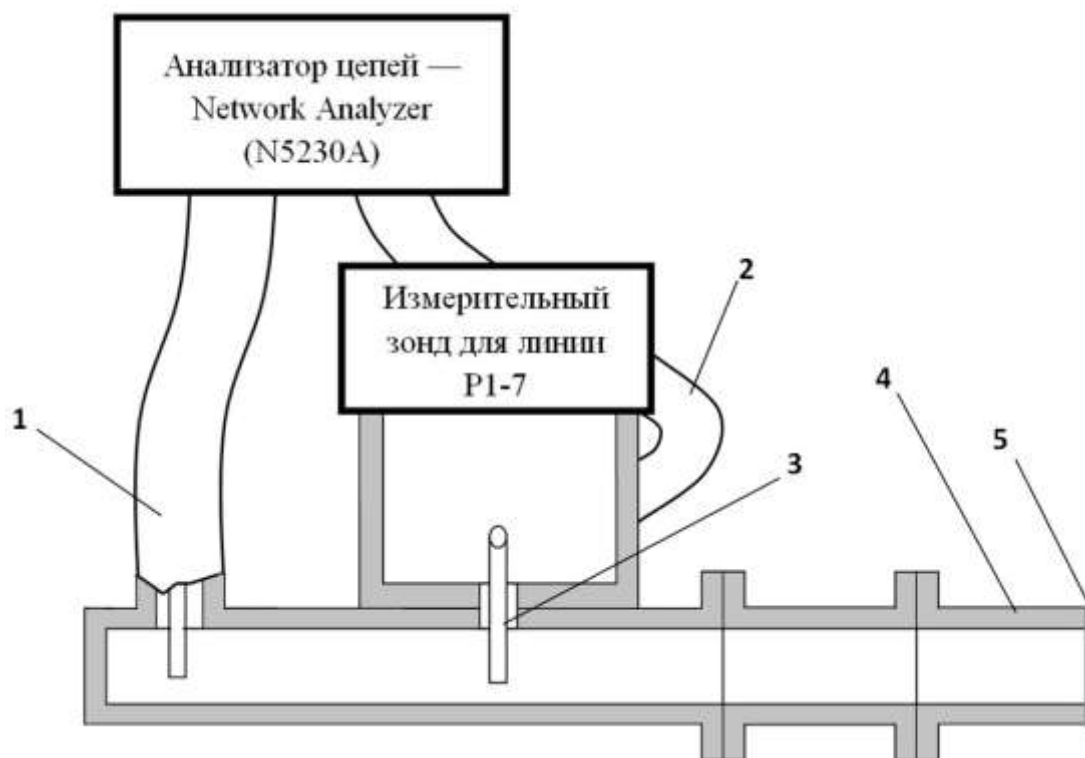


рис. 6: схема измерительной установки: 1, 2 — коаксиальные кабели; 3 — передвижной штырь (дающий возможность измерить амплитуду колебаний стоячей волны); 4 — в боковой стенке данного отсека присутствует отверстие для погружения в него датчиков электрического и магнитного полей; 5 — короткозамыкатель.

Практическая часть

1. Изучение стоячей волны и её характеристик

Электромагнитная волна типа E_{mn} или H_{mn} распространяется по волноводу, если выполняется условие $f > f_{кр}^{mn}$ для частоты или $\lambda < \lambda_{кр}^{mn}$ для длины волны, где $f = c/\lambda_0$ — рабочая частота в Гц, c — скорость света в вакууме ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с), λ_0 — длина плоской однородной волны в вакууме в метрах.

Критическая частота волны типа E_{mn} (H_{mn}) зависит от размеров волновода, типа колебания и материала, заполняющего волновод. Для каждого m и n волны типа ТЕ существует своя критическая длина волны:

$$\lambda_{\text{кр}}^{mn} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 - \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

и наибольшая возможная длина соответствует основным модам H_{01} и H_{10} . При $a > b$ основной волной прямоугольного волновода будет волна H_{10} , при $a < b$ – волна H_{01} . В нашей установке $a = 72$ мм и $b = 34$ мм – внутренние поперечные размеры волновода, значит, критическая длина волны равна $\lambda_{\text{кр}}^{10} = 2a$, тогда длина волны в волноводе определяется по формуле:

$$\lambda_g^{10} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}} \quad (\otimes)$$

Заметим также, что индексы m и n связаны с функциями распределения амплитуд вдоль поперечных координат x и y . Для периодических функций распределения амплитуд индекс m определяет число полупериодов поля, укладываемых вдоль широкой стенки волновода. Аналогично индекс n определяет число полупериодов поля, укладываемых вдоль узкой стенки волновода.

Частота отсечки, таким образом, определяется как $f = c/2a$. Наиболее подходящей для изучения частотой оказалась $f = 2,856 \cdot 10^9$ Гц⁵.

Результаты измерения напряжения стоячей волны $A_{\Omega}(z') = |1 - e^{2jkz'}|$ на этой частоте представлены на рис. 8, на котором отображена не нормированная зависимость амплитуды напряжения на выходе усилителя Agilent от координаты z . (На рис. 7 — один из моментов измерения амплитуды стоячей волны).



рис. 7

⁵ на этой же частоте работают ускорители лаборатории быстротекающих процессов, в которой была выполнена данная работа

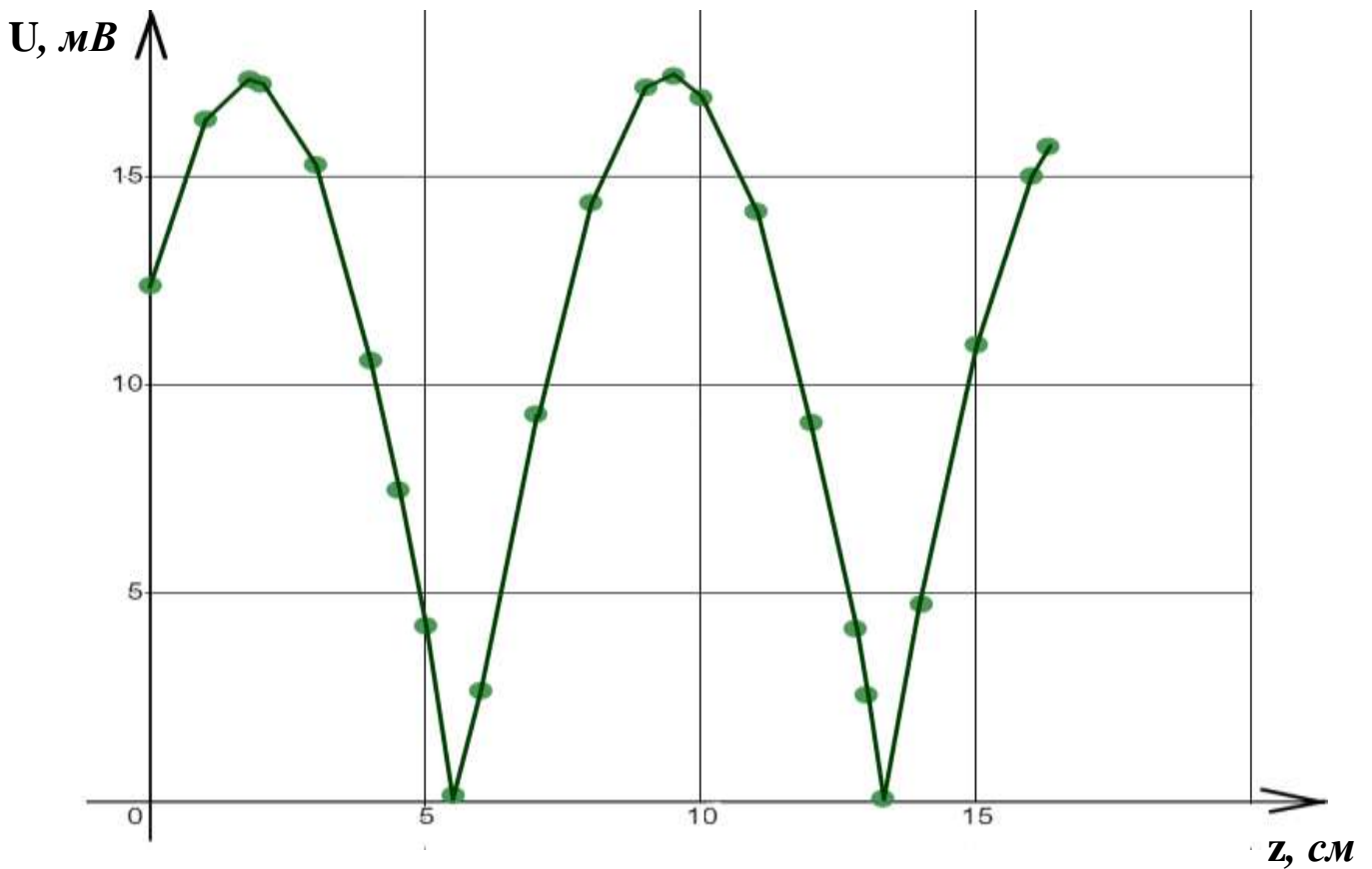


рис. 8

В соответствии с формулой (✿) длина стоячей волны H_{10} равна:

$$\lambda_g = \frac{10,5 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{10,5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 72 \cdot 10^{-3}}\right)^2}} [\text{м}] = 0,153 [\text{м}] = 15,3 [\text{см}],$$

$$\text{где } 10,5 \cdot 10^{-2} [\text{м}] = \frac{3 \cdot 10^8 [\text{М/с}]}{2,856 \cdot 10^9 [\text{Гц}]} = \frac{c}{f} = \lambda_0$$

Из графика (рис. 8) и результатов измерения (см. приложение) видно, что $\lambda_g = 15,6$ [см], что хорошо согласуется с вычисленным выше значением.

Отметим, что из последнего соотношения, зная (измеряя) f и λ_0 , можно определить скорость света c . Так, в 1895 году, Генрих Герц подтвердил распространение электромагнитных волн со скоростью света.

2. Изучение электрической и магнитной компонент поля

Картина поля стоячей волны в прямоугольном волноводе отличается от картины поля бегущей волны. В соответствии с формулами (★) амплитуды

составляющих поля стоячей волны H_{10} по величине зависят как от поперечной координаты x , так и от продольной координаты z . Значения координаты z , при которых амплитуды составляющих векторов поля равны нулю (узлы) и максимальны (пучности поля) определяются из (★) следующим образом:

$$z = \begin{cases} \frac{n\lambda_B}{2} & \text{— узлы } E_y, H_z \text{ и пучности } H_x \text{ (} n = 0, 1, 2 \dots \text{)} \\ \frac{(2n+1)\lambda_B}{2} & \text{— узлы } H_x \text{ и пучности } E_y, H_z \text{ (} n = 0, 1, 2 \dots \text{)} \end{cases}$$

Фазы составляющих векторов поля не имеют непрерывной зависимости от координаты z , но меняются скачком на величину π при переходе через узел амплитуды. Это обусловлено противоположным направлением векторов в соседних полупериодах распределения поля.

Компоненты электрического и магнитного полей сдвинуты по фазе на $\pi/2$ (во времени это соответствует четверти периода колебаний), вследствие чего перенос мощности вдоль волновода в среднем за период отсутствует.

На рис. 9 показана зависимость мгновенных значений составляющих поля стоячей волны H_{10} в тот момент времени, когда все составляющие векторов отличны от нуля. Координата $z = 0$ соответствует короткозамкнутой стенке.

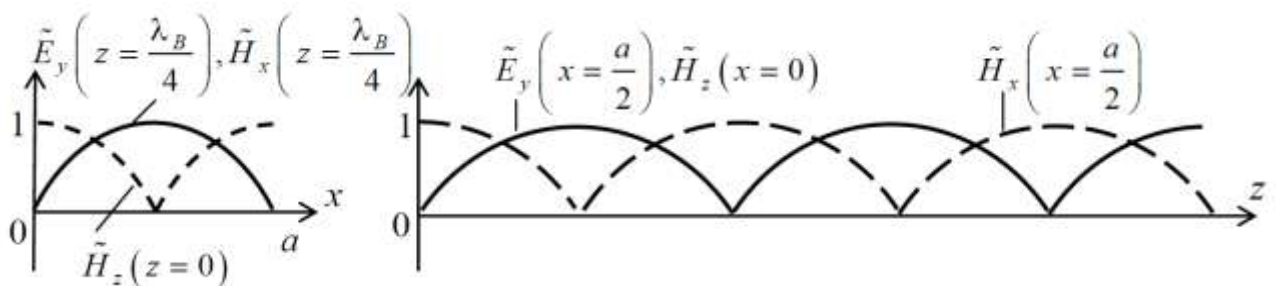


рис. 9: распределение мгновенных значений векторов поля

На рис. 10 изображена картина силовых линий векторов поля, построенная в соответствии с (★) для того же момента времени. В продольном сечении максимумы поперечных составляющих электрического и магнитного полей сдвинуты на $\lambda_B/4$ вдоль продольной координаты.

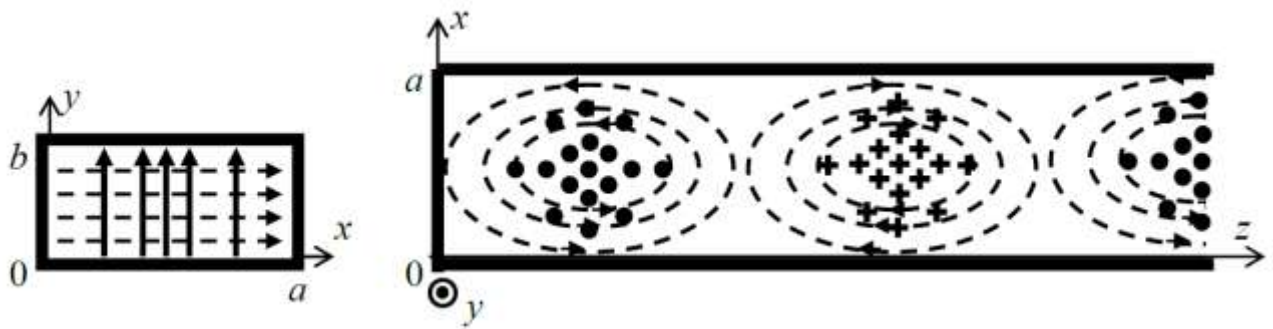


рис. 10: картина силовых линий
(вектора \vec{E} – сплошная линия, вектора \vec{H} – штриховая линия)

Следует заметить, что для стоячей волны, в отличие от бегущей, существуют моменты времени, когда либо электрическое, либо магнитное поле в волноводе отсутствует. В такие моменты энергия полностью переходит в энергию электрического поля либо в энергию магнитного поля.

3. Сопоставление полученных результатов с теорией

Как уже было сказано ранее, наличие поля в волноводе сопровождается протеканием на его внутренних стенках переменных электрических токов, поверхностная плотность распределения которых определяется по формуле:

$$\vec{j}_s = [\vec{n}, \vec{H}_\tau]$$

где \vec{j}_s – вектор поверхностной плотности тока проводимости;

\vec{H}_τ – вектор тангенциальной составляющей магнитного поля у стенки волновода;

\vec{n} – нормаль к стенке, направленная в волновод.

Эту формулу применяют для определения распределения токов как на идеально проводящих стенках волновода, так и на стенках реальных волноводов. Совместно с выражениями (★) это позволяет нам определить распределение токов на внутренних поверхностях стенок волновода для волны H_{10} . На рис. 11 показана такая картина.

Линии поверхностного тока проводимости на стенках замыкаются линиями тока смещения, совпадающими по направлению с линиями вектора во внутреннем пространстве волновода.

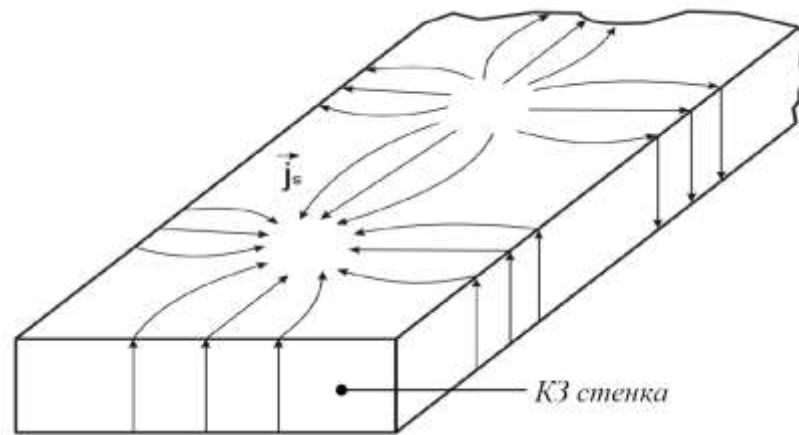


рис. 11: Распределение силовых линий вектора \vec{J}_s на стенках короткозамкнутого волновода

В стенках волновода можно прорезать различные щели, но те из них, которые окажутся пересекаемыми линиями поверхностного тока, будут излучать электромагнитное поле. Как правило, это используется для создания щелевых волноводных антенн. Неизлучающие щели располагаются **вдоль**⁶ линий поверхностного тока и используются для экспериментального исследования поля в волноводе. На рис. 12 показаны некоторые излучающие и неизлучающие щели в короткозамкнутом волноводе, работающем на волне H_{10} .

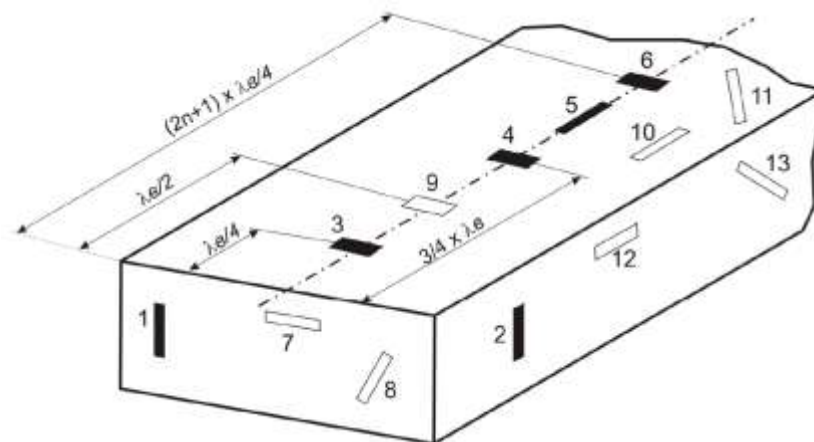


рис. 12: Неизлучающие (1–6) и излучающие (7–13) щели

⁶ именно такая щель (аналогичная 5 на рис. 12) присутствовала в нашем волноводе и была использована для проведения измерений

Помимо продольной щели, в волноводе были просверлены боковые отверстия. Датчик магнитного поля позволил установить отсутствие компоненты H_y магнитного поля, значит, оно поляризовано в плоскости широкой стенки волновода. Результаты измерений представлены в таблице:

Угол между НОРМАЛЬЮ к поверхности петли и вектором магнитной индукции	Показания НА, [мВ]			Среднее значение, [мВ]
	Измерение №1	Измерение №2	Измерение №3	
90°	0,56	0,54	0,28	0,46
60°	12,4	15,8	15,7	14,6
45°	23,6	23,4	22,1	23,0
30°	27,0	26,5	26,4	26,6
0° ⁷	29,5	31,4	29,7	30,2

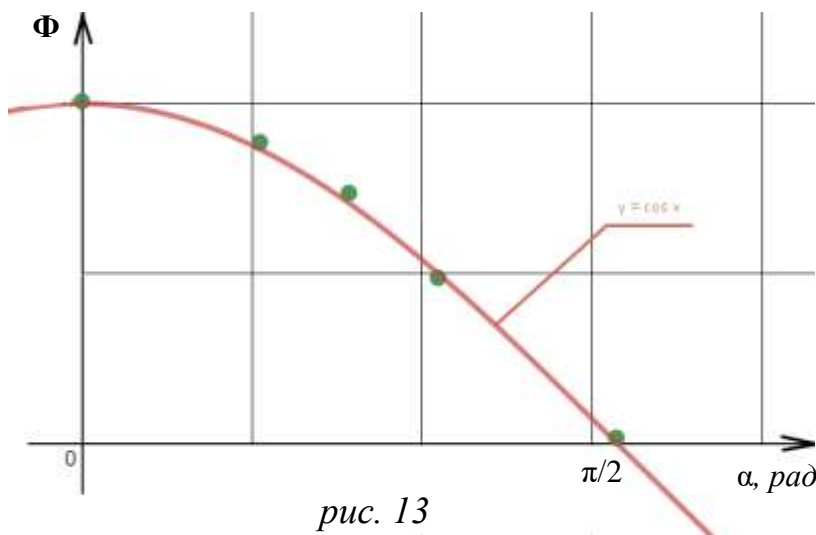


рис. 13

Полученные результаты хорошо согласуются с известной зависимостью магнитного потока от угла между нормалью к поверхности и вектором магнитной индукции:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos(\vec{B} \vec{n})$$

Единственное замечание: ненулевое значение при 90° объясняется ненулевой толщиной датчика.

Заключение

В ходе выполнения курсовой работы:

1. Теоретически изучена структура стоячей и бегущей волн в прямоугольном волноводе. В соответствии с теорией распределение электромагнитного поля в волноводе определяется типом волны и характером

⁷ в таком положении плоскость петли параллельна плоскости Oxy (см. рис. 1)

нагрузки волновода. Если длина волновода бесконечно велика или он нагружен на идеально поглощающую нагрузку, то по волноводу распространяется только волна, бегущая от источника поля. Непоглощающая (реактивная) нагрузка в виде отрезка волновода, замкнутого на конце, вызывает полное отражение волны, распространяющейся от источника. В результате сложения двух встречных волн – падающей на нагрузку и отраженной от неё – в волноводе и устанавливается стоячая волна.

2. Освоена аппаратура для изучения СВЧ-сигналов: измерительная линия P1-7 и анализатор цепей Agilent Network Analyzer N5230A. С их помощью получена стоячая электромагнитная волна, освоена методика измерений характеристик этой волны и изучена её структура.

3. Осознан принцип действия датчиков электрического и магнитного поля. С их помощью в ходе работы было установлено, что у волны типа H_{10} вектор напряженности магнитного поля \vec{H} имеет продольную и поперечную составляющие, а вектор напряженности электрического поля \vec{E} – только поперечную. Такая структура полей электромагнитной волны подтверждается системой уравнений Дж. Максвелла.

Таким образом, цель работы — исследовать структуру стоячей электромагнитной волны моды H_{10} — была достигнута.

Благодарность

Благодарю сотрудников лаборатории быстропротекающих процессов ИХКиГ СО РАН за предоставленное оборудование для выполнения курсовой работы, а также Юрия Дмитриевича Черноусова за руководство и помощь в понимании материала!

Список использованной литературы

1. Бобков Ю.Ю. — Исследование прямоугольного волновода и элементов на его основе. — Минск: БГУИР, 2012. — 46 стр. с илл.

2. Кураев А.А. — Электродинамика и распространение радиоволн. — А.А. Кураев, Т.Л. Попкова, А.К. Сеницын. — Минск: Бестпринт, 2004.
3. Лебедев И.В. — Техника и приборы СВЧ. — Под ред. академика Н.Д. Девяткова. Учебник для студентов вузов по специальности «Электронные приборы». — М.: «Высшая школа», 1970. — 440 стр. с илл. 1 л. вкл.
4. Черноусов Ю. Д. — Пролодной резонатор. — УДК 621.372.851.3
5. Agilent 2-Port PNA-L Microwave Network Analyzer. — N5230A: 300 kHz to 6, 13.5 GHz, 10 MHz to 20, 40, 50 GHz. — Data Sheet. 2008.