

Определение проводимости меди по частотной зависимости проникновения магнитного поля внутрь образца.

Комарова Анастасия Евгеньевна.

Физический факультет. Электромагнитный практикум. 3 семестр.

Группа №19312, 2020.

Научный руководитель:

Матвеев Антон Сергеевич, аспирант, ИЯФ СО РАН.

Аннотация

Целью курсовой работы являлось исследование скин-эффекта и измерение проводимости меди на основе этого явления. Для проведения измерений был собран контур, состоящий из генератора переменного напряжения, измерительной катушки и индуктивного датчика. Данные фиксировались с помощью осциллографа. Для определения проводимости меди исследовалась частотная зависимость проникновения переменного магнитного поля внутрь проводящего образца. В качестве образцов использовались два медных экрана разной толщины. Эксперимент проводился отдельно для каждого из экранов с целью сравнения результатов и нахождения среднего значения. Был разработан метод измерения и обработки данных, с помощью которого удалось проследить за изменением амплитуды магнитного поля, прошедшего через проводник. Из полученных данных построен график, на основании которого подтвердились теоретические выкладки о скин-эффекте. Полученные результаты хорошо согласуются с теорией. Значение проводимости меди определено с достаточной точностью.

Ключевые слова: сильный скин-эффект, слабый скин-эффект, скин-слой.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ».

Физический факультет

Кафедра общей физики

Комарова Анастасия Евгеньевна

КУРСОВАЯ РАБОТА

**Определение проводимости меди по частотной зависимости
проникновения магнитного поля внутрь образца.**

Электромагнитный практикум, 2 курс, группа №19312

Научный руководитель:

А. С. Матвеев, аспирант
Оценка научного руководителя

«_____» _____ декабря 20__ г.

Преподаватель практикума

И. А. Иванов
Оценка преподавателя практикума

«_____» _____ декабря 20__ г.

Куратор практикума:

к.т.н. В.Т. Астрелин
Итоговая оценка

«_____» _____ декабря 20__ г.

Новосибирск 2020

Аннотация

Целью курсовой работы являлось исследование скин-эффекта и измерение проводимости меди на основе этого явления. Для проведения измерений был собран контур, состоящий из генератора переменного напряжения, измерительной катушки и индуктивного датчика. Данные фиксировались с помощью осциллографа. Для определения проводимости меди исследовалась частотная зависимость проникновения переменного магнитного поля внутрь проводящего образца. В качестве образцов использовались два медных экрана разной толщины. Эксперимент проводился отдельно для каждого из экранов с целью сравнения результатов и нахождения среднего значения. Был разработан метод измерения и обработки данных, с помощью которого удалось проследить за изменением амплитуды магнитного поля, прошедшего через проводник. Из полученных данных построен график, на основании которого подтвердились теоретические выкладки о скин-эффекте. Полученные результаты хорошо согласуются с теорией. Значение проводимости меди определено с достаточной точностью.

Ключевые слова: сильный скин-эффект, слабый скин-эффект, скин-слой.

Оглавление

| | |
|--|--|
| 1. Введение | |
| 2. Теоретическая часть | |
| 3. Описание экспериментальной установки | |
| 4. Метод измерений и ход эксперимента | |
| 5. Обработка данных и анализ результатов | |
| 6. Выводы | |
| 7. Список литературы | |
| 8. Приложения | |

1. Введение

Явление скин-эффекта нашло широкое применение в экранировании. Примером является помещение, защищенное от внешних электромагнитных воздействий радиочастотным экраном. Такая комната используется для проведения радиочастотных экспериментов и измерений без внешних помех [1]. Дело в том, что электромагнитная волна, попадающая в проводник, уменьшает свою амплитуду при проникновении вглубь. Для плоской синусоидальной волны, зависящей только от координаты x , зависимость следующая [2. С. 17]:

$$H(x, t) = H_0 \exp(-x/\delta) \cos(\omega t - x/\delta), \quad (1)$$

где толщина скин-слоя (также называемая глубиной проникновения), т.е. расстояние, за которое волна ослабнет в e раз, равна [2. С. 12]:

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma\mu\omega}}. \quad (2)$$

Из формулы видно, что при уменьшении частоты глубина проникновения становится очень большой. Очевидно, что пока толщина скин-слоя больше толщины проводника, электромагнитное поле в нем меняется слабо. Если рассматривать проводник цилиндрической формы, как в этой работе, то будет неправильно пользоваться формулой (1), поскольку необходимо учитывать другие параметры (например, радиус цилиндра).

Сильный скин-эффект характеризуется значительной степенью экранирования. Толщина скин-слоя в этом случае намного меньше характерных размеров проводника. В этом случае работает формула (1). Именно этой зависимости уделено основное внимание в работе.

В довольно широком диапазоне частот работает приближение сильного скин-эффекта. Сделаем предварительную оценку для слоя меди толщиной $x = 1$ мм. Проводимость меди в системе СГС $\sigma_{\text{Cu}} = 5,3 \cdot 10^{17} \text{ с}^{-1}$, относительную магнитную проницаемость с большой точностью можно считать равной единице. Переход от слабого скин-эффекта к сильному происходит при $\delta \approx x$,

т.е. при частотах $\omega \approx 25$ кГц. Это нижняя оценка. Верхняя оценка берется из условия квазистационарности задачи [3. С. 552] и имеет порядок много больше рассматриваемых в эксперименте.

Главной целью курсовой работы было экспериментальное определение проводимости меди. Это можно сделать, построив амплитудную зависимость изменения магнитного поля при прохождении через медный экран. Из соотношений (1) и (2) в случае сильного скин-эффекта получим:

$$\frac{H}{H_0}(\xi) \propto \exp\left(-\frac{\xi}{\sqrt{\sigma}}\right),$$

где $\xi = x\sqrt{\omega}$. Если прологарифмировать это выражение и построить зависимость $\ln(H/H_0)$ от ξ , то получим прямую. Из ее уравнения можно определить искомое значение проводимости.

В эксперименте магнитное поле создавалось соленоидом, по которому протекал переменный синусоидальный ток, и регистрировалось с помощью датчика. Если магнитное поле, индуцированное соленоидом, пропорционально амплитуде тока (что верно в случае гармонического сигнала), то, зная ток в цепи, можно определить магнитное поле вне экрана. Однако само наличие экрана влияет на индуктивность соленоида, а значит и на величину тока в цепи, что в конечном итоге приводит к искажению результатов. Если не учитывать это изменение, построить соответствующую действительности амплитудную зависимость не получится. В ходе выполнения работы был разработан метод решения этой проблемы.

Таким образом, для достижения поставленной цели было необходимо решить следующие задачи:

1. Ознакомиться с явлением скин-эффекта.
2. Разработать метод измерения коэффициента уменьшения амплитуды магнитного поля.
3. Зафиксировать данные с осциллограмм.
4. Обработать данные, построить график, позволяющий найти аппроксимирующую прямую.

5. Используя полученную экспериментальным методом прямую, с помощью ее уравнения определить проводимость меди. Сравнить с табличным значением.

2. Теоретическая часть

Рассмотрим механизм изменения магнитного поля на примере полого цилиндрического проводника, находящегося внутри соленоида, и выведем формулу (1).

Запишем уравнения Максвелла в системе СГС. Поскольку в проводнике основную роль играет ток проводимости, т.е. $j \gg \frac{\partial D}{\partial t}$, токами смещения $\frac{\partial D}{\partial t}$ можно пренебречь. Получим [4. С. 118]:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j},$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0.$$

Возьмем ротор от первого выражения и воспользуемся связью индукции и магнитного поля в вакууме $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, а также формулой из векторного анализа:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \nabla \operatorname{div} \mathbf{H} - \Delta \mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \operatorname{div} \mathbf{B} - \Delta \mathbf{H} = -\Delta \mathbf{H}.$$

Из закона Ома $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ и второго уравнения:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \operatorname{rot} \mathbf{j} = -\frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\frac{4\pi\sigma\mu}{c^2} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}.$$

В результате получим выражение, описывающее электромагнитное поле внутри проводника:

$$\Delta \mathbf{H} = \frac{4\pi\sigma\mu}{c^2} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (3)$$

Пусть внешнее переменное поле имеет компоненту z , направленную вдоль оси цилиндра, и описывается уравнением:

$$H_z(t) = H_0 \exp(-i\omega t).$$

В силу симметрии результирующее поле будет зависеть только от радиуса. Введем вектор r , направленный в сторону оси цилиндра перпендикулярно его стенке. Результирующее поле будет иметь вид:

$$H_z(r, t) = H(r) \exp(-i\omega t).$$

Подставляя его в (3), получим уравнение:

$$\frac{d^2 H_z}{dr^2} = -\frac{2i}{\delta^2} H_z,$$

где δ – толщина скин-слоя (2).

Решение этого уравнения описывается функцией Бесселя и совпадает с формулой (1), если взять от него действительную часть.

3. Описание экспериментальной установки.

Схема установки приведена на рис. 2. На генераторе переменного тока (1) устанавливается максимальная амплитуда 20 В, частота сигнала регулируется с помощью ручки. Переменный ток подается на сопротивление (2) $R = 10$ Ом.

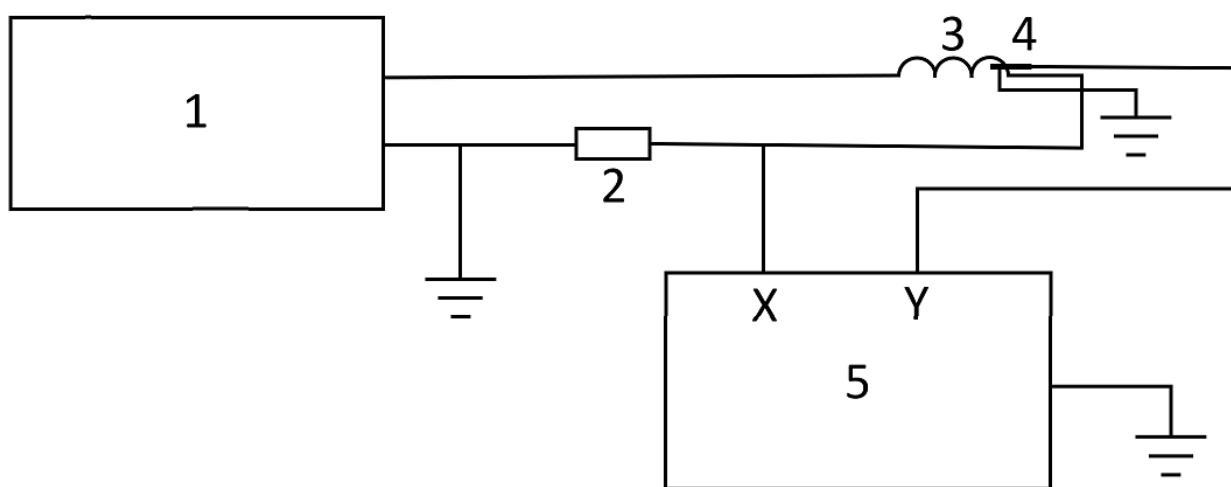


Рис. 1. Схема установки: 1 – генератор переменного тока ADG-1005, 2 – резистор, 3 – измерительный соленоид, 4 – индуктивный датчик, 5 – двухлучевой осциллограф Tektronix TDS 2024

Сопротивление необходимо для измерения тока, протекающего через измерительный соленоид (3) с известными характеристиками (табл. 1, см. приложения). Внутри соленоида вставлен индуктивный датчик (4) (рис. 2), намотанный на ферритовом стержне с магнитной проницаемостью $M1000$, с помощью которого регистрируется магнитное поле, создаваемое током в

катушке (характеристики датчика даны в табл. 2, см. приложения). На первый вход осциллографа (5) X подается напряжение на резисторе, на второй вход Y – напряжение на датчике.

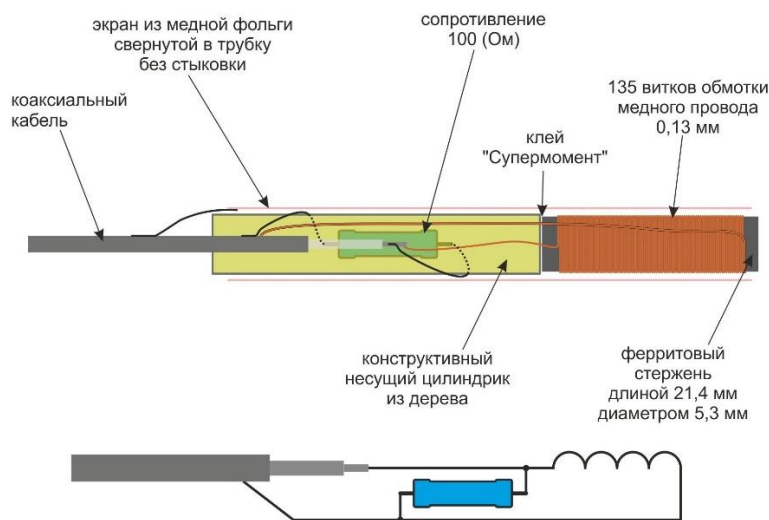


Рис. 2. Устройство индуктивного датчика

Также установка включает в себя медные образцы – два полых цилиндра различной толщины (0,9 мм и 2,5 мм). Образцы выбрали из одинакового материала, но с разными характеристиками, чтобы определить проводимость меди в двух независимых экспериментах.

4. Метод измерений и ход эксперимента

Для определения частотной зависимости на измерительную катушку подавалось переменное синусоидальное напряжение с генератора. Затем с помощью осциллографа измерялось напряжение в двух точках: на резисторе и на индуктивном датчике.

Зная напряжение на резисторе, можно определить ток, который протекает через соленоид, – там этот ток индуцирует магнитное поле, которое регистрируется датчиком внутри катушки. Магнитное поле, создаваемое соленоидом, пропорционально его току I_k , а величина напряжения, снимаемого с датчика, прямо пропорциональна изменению магнитного поля. Значит, $U_k \propto \dot{B} \propto \dot{H} \propto \dot{I}_k$.

Во введении мы уже упомянули влияние экранирования на конфигурацию цепи, а значит и результаты эксперимента. Остановимся на этом вопросе более подробно.

Для последовательного контура, состоящего из генератора синусоидального напряжения $U(t) = U_m \cos(\omega t)$, резистора и катушки, амплитуда тока I_0 определяется из второго закона Кирхгофа:

$$I_0 = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}.$$

Магнитное поле, создаваемое соленоидом, пропорционально току:

$$B_0 = CI_0,$$

где C – некоторая константа. Потокосцепление для катушки из N витков:

$$\psi = N\Phi_0 = NB_0S = NCI_0S,$$

где Φ_0 – поток магнитного поля через один виток. С другой стороны, потокосцепление выражается через индуктивность:

$$\psi = LI_0,$$

откуда можно найти индуктивность соленоида в отсутствие экрана.

Что произойдет, если внутрь соленоида вставить медный цилиндр? Допустим, ток в этом случае равен I'_0 . Тогда поле снаружи экрана $B'_0 = CI'_0$. Но из-за экрана уменьшится магнитное поле внутри соленоида, а значит и магнитный поток через один виток: $\Phi'_0 = B'_0/\mu$, где $\mu \geq 1$. Значит $\psi' = N\Phi'_0 = NSCI'_0/\mu = L'I'_0$. Отсюда видно, что индуктивность уменьшилась в μ раз, а значит изменился и ток в цепи.

Введем обозначения: U_K – напряжение на датчике, U_R – напряжение на резисторе. Через индексы сверху будем обозначать номер эксперимента: 0 – без экрана, 1 – с тонким экраном, 2 – с толстым экраном. Коэффициентом изменения амплитуды назовем величину $K_i = U_K^i/U_R^i$, где i – номер эксперимента.

Очевидно, что при изменении тока меняются показания осциллографа: напряжения на резисторе и на датчике, причем одинаковым образом.

Следовательно, чтобы избавиться от этой зависимости, достаточно нормировать коэффициент изменения амплитуды в эксперименте с цилиндром $K_c = U_K^c / U_R^c$ на коэффициент K_0 в эксперименте без цилиндра. Таким образом, искомая амплитудная зависимость определяется как:

$$K_c / K_0 = U_K^c / U_R^c \cdot U_R^0 / U_K^0.$$

5. Обработка данных и анализ результатов

На рис. 3 изображены полученные графики. Обсудим результаты.

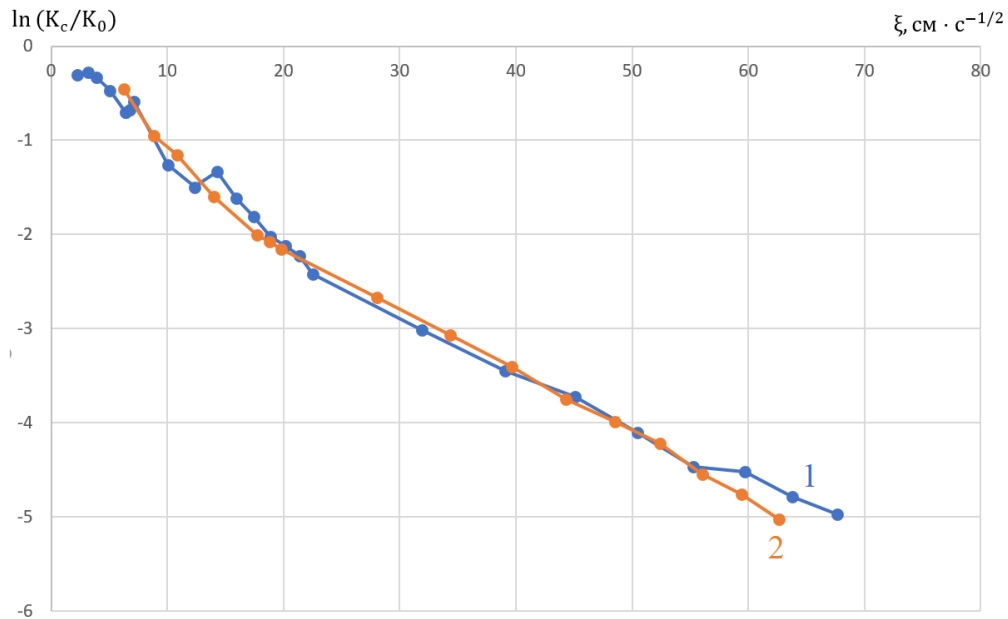


Рис. 3. Частотная зависимость изменения амплитуды магнитного поля при проникновении внутрь образца: 1 – тонкий медный образец, 2 – толстый медный образец

Ранее мы говорили, что переход от слабого скин-эффекта к сильному происходит, когда толщина скин-слоя приблизительно равна толщине проводника: $\delta \approx x$. Чтобы получить более точные данные, будем считать, что сильный скин-эффект точно проявляется для таких частот, для которых $x \geq 2\delta$. Граничное значение на горизонтальной оси графика $\xi = x_c \sqrt{\omega} = 30$ [$\text{см} \cdot \text{с}^{-1/2}$]. На рис. 3 заметно, что обе кривые переходят в прямые именно в этой области. Значит, наши предположения оказались верны.

Определим значение проводимости меди из графиков. Для этого выделим участок прямой, для которого справедливо соотношение для сильного скин-эффекта (1), и построим линию тренда методом наименьших квадратов (для

этих целей использовалась программа Excel). Полученные прямые и их уравнения даны на рис. 4.

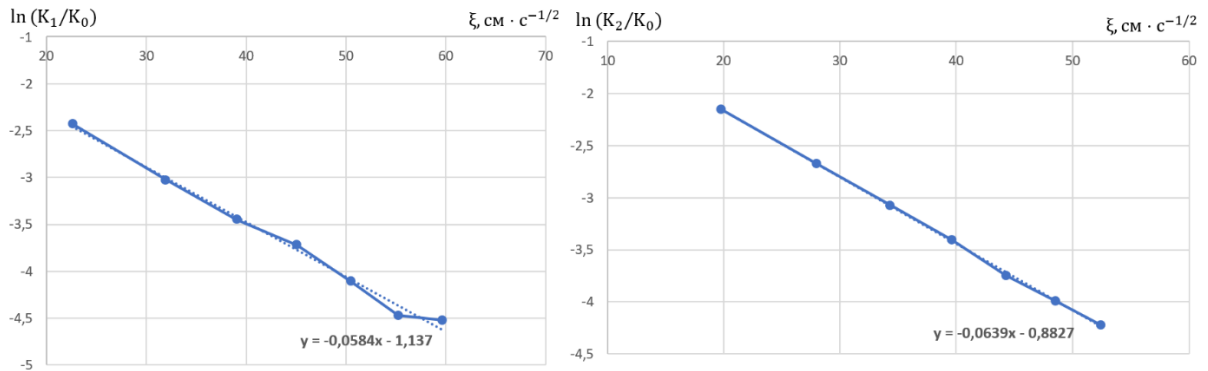


Рис. 4. Аппроксимирующие прямые в области сильного скин-эффекта: слева – в случае тонкого цилиндра, справа – в случае толстого цилиндра

Пользуясь соотношением:

$$\ln \frac{K_c}{K_0} = -k\xi,$$

где $k = \frac{\sqrt{2\pi\sigma\mu}}{c}$, получим конечное выражение для проводимости:

$$\sigma = \frac{k^2 c^2}{2\pi\mu}.$$

Тогда:

- 1) при $k_1 = 0,0584$: $\sigma_1 = 4,88 \cdot 10^{17} \text{ c}^{-1}$;
- 2) при $k_2 = 0,0639$: $\sigma_2 = 5,84 \cdot 10^{17} \text{ c}^{-1}$.

Среднее арифметическое от σ_1 и σ_2 : $\bar{\sigma} = 5,36 \cdot 10^{17} \text{ c}^{-1}$. Значение получилось близким к истинному, которое равно $5,3 \cdot 10^{17} \text{ c}^{-1}$. Заметим, что в обоих экспериментально определенных значения присутствует погрешность около десяти процентов, причем в обе стороны. Значит, с большой вероятностью можно утверждать, что погрешности имеют случайный характер, а не систематический. Например, при снятии показаний с осциллографа было заметно, что значения амплитуды P_k - P_k колеблются в некотором пределе. Из-за этого возникали сложности в определении "истинного" значения амплитуды.

Посчитаем среднеквадратическое отклонение:

$$\varsigma = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (\sigma_i - \bar{\sigma})} = 0,48 \cdot 10^{17},$$

и получим итоговый ответ с учетом отклонения:

$$\sigma_{\text{cu}} = (5,36 \pm 0,48) \cdot 10^{17} \text{ с}^{-1}.$$

6. Выводы.

В ходе выполнения работы я ознакомилась с явлением скин-эффекта. Удалось построить частотную зависимость изменения магнитного поля при проникновении внутрь проводящего образца. Из этой зависимости с достаточной точностью определено значение проводимости меди, которое составило $\sigma_{\text{cu}} = (5,36 \pm 0,48) \cdot 10^{17} \text{ с}^{-1}$. Проверено условие перехода от слабого скин-эффекта к сильному. Полученные данные хорошо согласуются с теорией.

7. Список литературы

1. Sedki M. Riad, Iman M. Salama. Electromagnetic Fields and Waves: Fundamentals of Engineering.
2. Котельников И. А., Черкасский В. С. Скин-эффект в задачах. Новосибирск, 2013.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. М.: Физматлит, 2002. Т. 3: Электричество.
4. Мешков И. Н., Чириков. Б. В. Электромагнитное поле. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение, 1987. Ч. 1.

8. Приложения

Табл. 1. Характеристики измерительной катушки

| | |
|----------------------------|------------|
| Длина намотки | 72 мм |
| Внутренний диаметр катушки | 20 мм |
| Диаметр проволоки | 0,35 мм |
| Кол-во витков 1-го слоя | 182 витка |
| Кол-во витков 2-го слоя | 178 витков |
| Всего витков | 360 витков |

Табл. 2. Характеристики индуктивного датчика

| | |
|-----------------------------|---------|
| Диаметр ферритового стержня | 5,3 мм |
| Длина ферритового стержня | 21,4 мм |
| Количество витков обмотки | 135 |
| Диаметр медного провода | 0,12 мм |
| Длина обмотки | 17,7 мм |